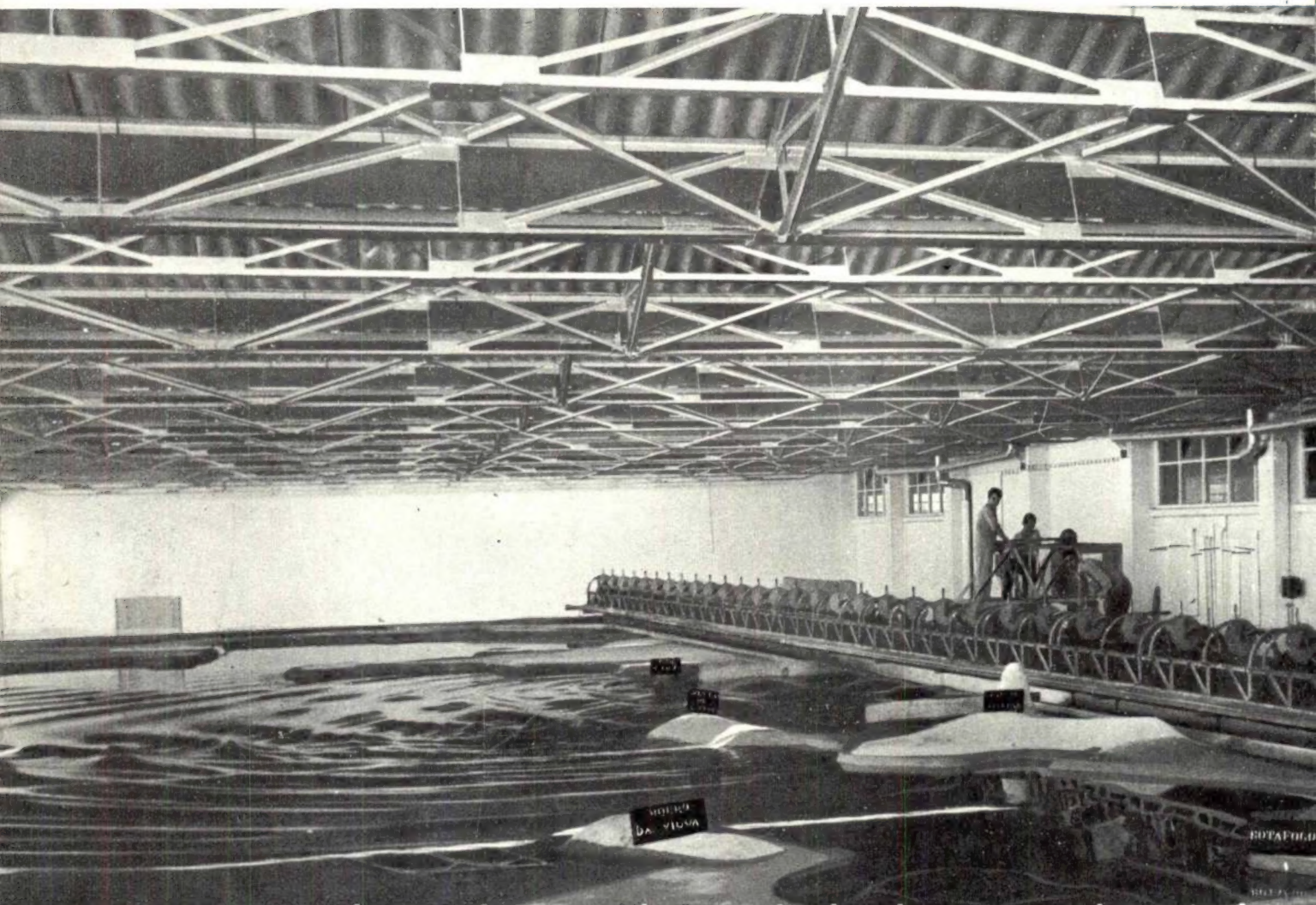
técnica



330

associação dos estudantes do instituto superior técnico

julho 1963 revista de engenharia

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 228824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA

S. A. R. L.

SEDE

Rua de Alexandre Herculano, 244 — PORTO

TELEFONES: 2 76 76 / 77 / 78 / 79 — Est. 90

DELEGAÇÃO

Rua Rosa Araújo, 35 — LISBOA

TEL.: 73 11 81/82/83/84/85/86 - 73 33 33 - 48 49 1

●

ELECTRICIDADE DO LINDOSO
E DAS CENTRAIS DO FREIXO
E DA CACHOFARRA

●

A **UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA** distribui, pela mais extensa rede de alta tensão em Portugal (cerca de 2 500 km), energia eléctrica em 70 concelhos, nos distritos de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU, LEIRIA, SETÚBAL e ÉVORA.

OFICINAS E LABORATÓRIOS

DO

INSTITUTO SUPERIOR TECNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

TÉCNICA

Ano XXXVIII - N.º 330 Julho de 1963

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-1. * TELEF. 77 01 44 (Linha 50)

CORPO REDACTORIAL

J. M. VIEGAS GONÇALVES
A. ROMÃO DIAS
J. F. GOMES DE PINA
A. M. L. ESTEVES BRINCA

NUMERO AVULSO 15$00

ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	37$50	60$00	110$00
Ultramar Português e Espanha	—	65$00	120$00
Estrangeiro	—	70$00	130$00

PUBLICAÇÃO PERIÓDICA MENSAL

EDITOR E PROPRIETÁRIO
ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

COMPOSTO E IMPRESSO
NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.DA
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — L. N. E. C. — Baía de Guanabara — Estudo da Estabilidade das Praias da Glória e Flamengo

Págs.

Movimento lamelar dum líquido viscoso em regime não permanente
Por Frederico Machado 707

Aplicação do método das analogias eléctricas ao estudo de alguns problemas relativos ao campo magnético das máquinas eléctricas
Por Carlos de Medeiros Portela 712

Notas informativas — **Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional** 756

Os pavimentos rodoviários e a visibilidade nocturna
Por Joaquim C. Santos Viseu 757

Estudo dinâmico dum motor Diesel V-12
Por José Alberto da Silva, Leonídio José da Costa e Luís Augusto Simões Pereira 767

Biblioteca 793

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

A

Pág.

Agência Comercial, Lda. IV
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd. . . XXXV
Agro-Mecânica XXVI
Araldite XXX
Asea Eléctrica Ld.ª XX

C

CIDEX IV
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos . . VIII
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos IX
Companhia Portuguesa de Trefilaria XXVIII
Companhia União Fabril . . . XIV e XV
C. Santos, Ltd.ª . . . . . VI e XXXVII
Construções Técnicas XXIII

D

Duarte Ferreira & Filhos XXXIV

E

Ecomar XLII
Electro-Arco, Ltd.ª XLII
Emílio de Azevedo Campos & C.ª, Ltd.ª XXVI
Empresa de Cimentos de Leiria . . XXXVIII
Empresa Electro Cerâmica XXXIX
Empresa de Produtos Asfálticos. . . X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações XXVIII
Empresa de fundações A. Cavaco . XXXII

F

Fábrica de Loiça de Sacavém XXXII
Fábrica Portugal II
Fanafel XVI
Fundações Franki, Lda. I

G

General Electric . . . . . XXIV e XXV

H

Harker Sumner & C.ª, Ltd. XLI

I

Impermeábilis XXVIII
I. S. T. . . . . 2.ª da capa

J

Pág.

Jayme da Costa, Lda XIX
J. J. Gonçalves — Austin XXXI

M

Mobil Oil Portuguesa . . . . . 4.ª da capa
Modern Office XLI
Monteiro Gomes, Lda. XL

N

Novobra, Lda. . . . . 2.ª da capa

O

Orlando Fernandes XVI

P

Pimentel & Casquilho, Ltd.ª III

Q

Quimicor, S.A.R.L. . . . . XVII e XVIII
Química Hoechst XXXV

S

S. E. Moniz da Maia & Vaz Guedes, L.da XIII
Siemens XXXIII
Soabal, Ltd. XII
S. Com. de Isolamentos de Cortiça XXXIX
SMEIA XXVII
Société Louis de Roll V
Sociedade Comercial Luso-Italiana V
Soc. Const. Amadeu Gaudêncio . . XXXIX
Soc Michaelis de Vasconcelos . . . XII
Soc. Romar — Virbar XX
Soc Romar — Demag XXX
Sociedade Portuguesa Cavan VIII
Sonap XXXVII
Sondagens e Fundações, A Cavaco . XLII
Sondagens Ródio, Ltd.ª XLII
Standard Eléctrica VII
S. T. E. T. . . . . XXI e XXII

U

União Eléctrica Portuguesa . . . . . 2.ª da capa

V

Vasco Pessoa, Lda. XXXII

W

Wild Portugal, Lda. XXIX
W. Schmidt XXXIX

Oficinas VOLVO da Auto Sueca, Lda.
PORTO

Assente sobre
96 estacas Franki

FUNDAÇÕES FRANKI, L.DA

Rua Braamcamp, 13, 3.°
LISBOA

★

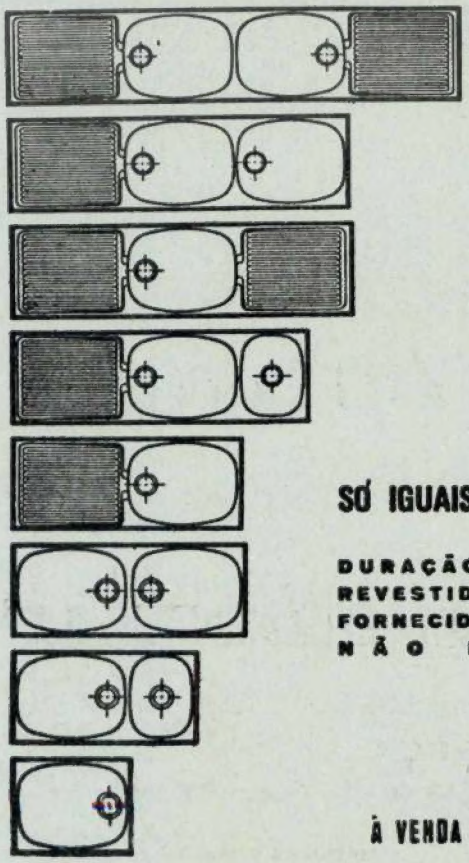
Telef. PPC 73 41 12
End. Teleg. «FRANKI»

USE NA SUA COZINHA UM ELEGANTE LAVA-LOUÇAS DE AÇO INOXIDÁVEL

CONCEBIDO PELA

FABRICA PORTUGAL

PARA MODERNIZAR OS LARES DE PORTUGAL



APRESENTADOS EM

8 MODELOS

"STANDARD"

EXECUTAM-SE FORA DE SÉRIE, MODELOS ESPECIAIS PARA GRANDES INSTALAÇÕES

SÓ IGUAIS AOS MELHORES ESTRANGEIROS

DURAÇÃO ILIMITADA • HIGIÉNICOS
REVESTIDOS DE ISOLAMENTO ESPECIAL
FORNECIDOS COM SIFÃO DE SEGURANÇA
NÃO PARTEM A LOUÇA

À VENDA NAS BOAS CASAS DA ESPECIALIDADE

PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA

QUASE 40 ANOS AO SERVIÇO DA ENGENHARIA PORTUGUESA

GRANDE SORTIDO DE INSTRUMENTOS DE PRECISÃO, CIENTÍFICOS E INDUSTRIAIS

RUA JARDIM DO REGEDOR, 24, 2.°
LISBOA
TELEF.: 32 43 14 — 32 42 48 ✦ TELEG.: TECNA

Bombas centrífugas «PACIFIC»

Construídas por

Batignolles - Chatillon

Especialmente destinadas para:

— Petróleos
— Indústrias químicas
— Construções navais
— Centrais eléctricas
— Alimentação de caldeiras
— Etc., etc.

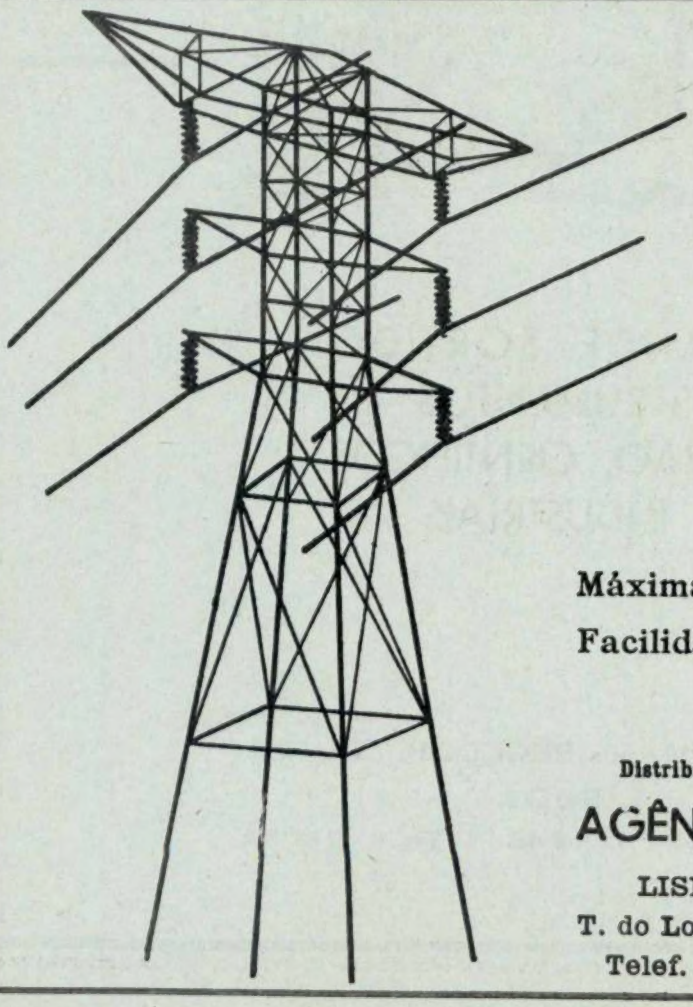
Sob as condições de funcionamento seguintes:

— Débitos: 1 m³/h a 10.000 m³/h
— Pressões: altas e baixas
— Temperaturas: −180° C +500° C
— Líquidos: corrosivos ou não

Para estudos e orçamentos, consultar o representante em Portugal:

CIDEX — Comércio Internacional
e Representações Industriais, Lda.

Av. Casal Ribeiro, 46-2.°/Telef. 73 53 07/LISBOA 1



METALIZAÇÃO A FRIO

NEODON

NEODON + ZINCO =
NEODONZINKGRUND

Máxima protecção
Facilidade de aplicação

Distribuidores exclusivos:

AGÊNCIA COMERCIAL, L.DA

LISBOA
T. do Loureiro, 3
Telef. 4 90 54

ÉVORA
R. da República, 93
Telef. 2 33 63

Polyken®

EXPERIENCED IN MODERN PROTECTIVE COATING

moderno revestimento anticorrosivo

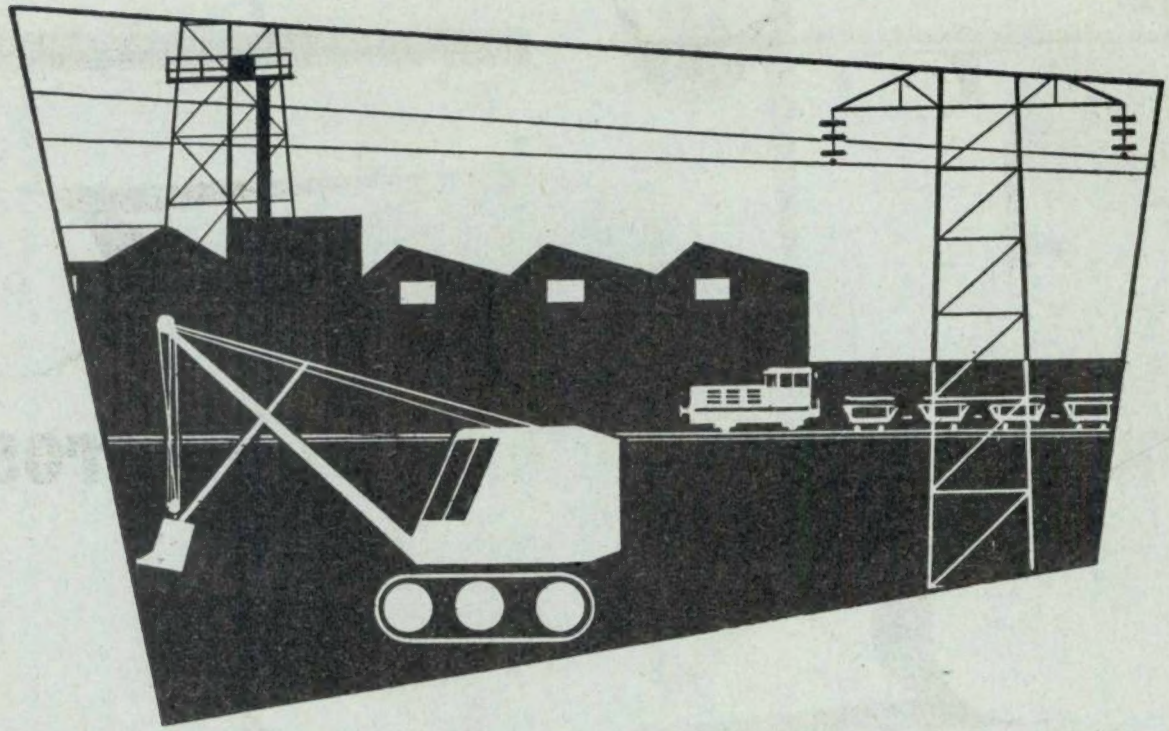
para todos os diametros de tubagem

213

Representantes:

SOC. COMERCIAL LUSO ITALIANA. LDA

Av. Fontes Pereira de Melo
15-2º Lisboa telef. 538980 538989



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS, ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

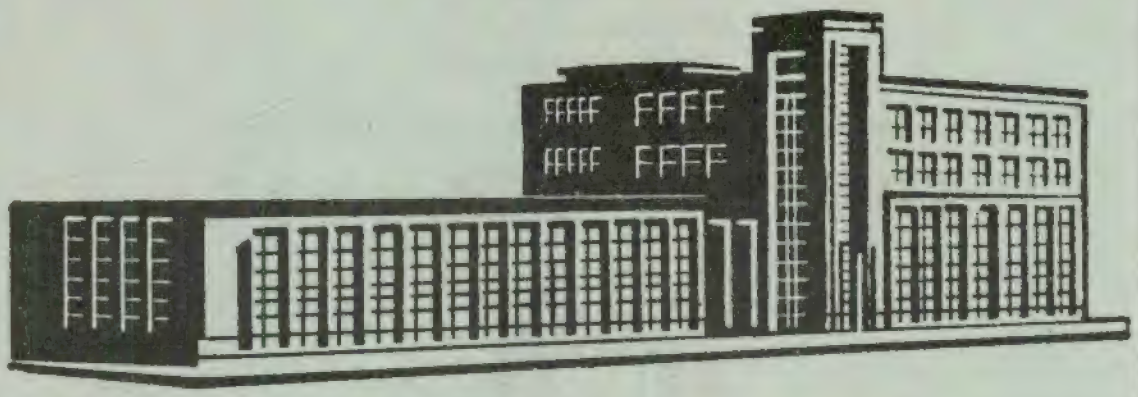
MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA

MOTORES A 4 TEMPOS · ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

REPRESENTANTES C. SANTOS LDA. — DIVISÃO MARÍTIMA E INDUSTRIAL

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO



Standard Electrica S.A.R.L.

Associada da

INTERNATIONAL TELEPHONE AND TELEGRAPH CORPORATION

DE NOVA YORK

TELECOMUNICAÇÕES

ELECTRÓNICA

AV. DA INDIA — LISBOA

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 66 61 86 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

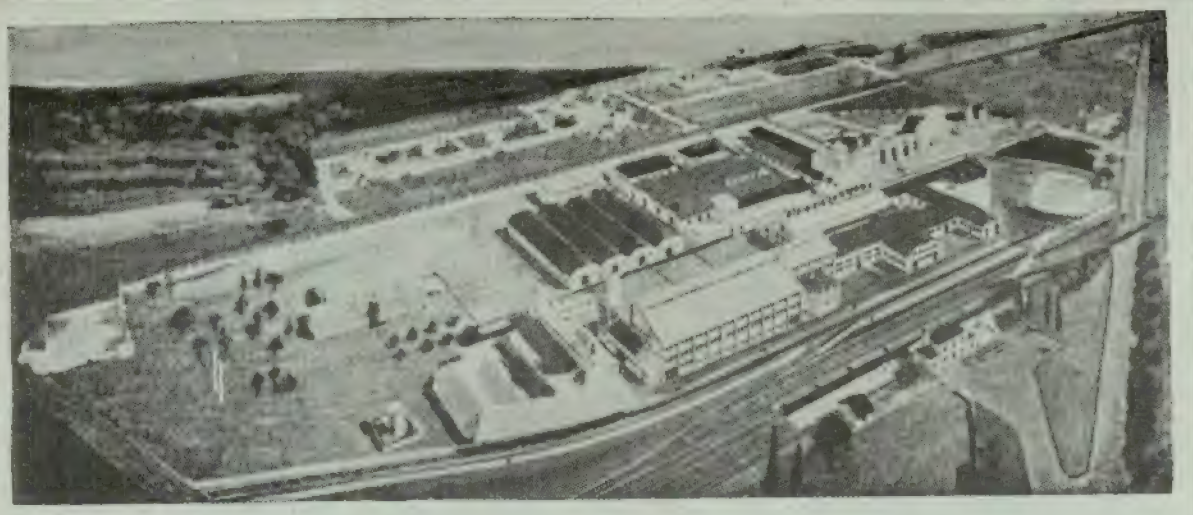
✱

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

✱

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A
TELEF. 47812-50129
LISBOA



COMPANHIA PORTUGUESA DE FORNOS ELÉCTRICOS

PRODUTORA DE

FERRO GUSA

FERRO LIGAS

FERRO-MANGANÊS

SÍLICO-MANGANÊS

FERRO-SILÍCIOS

15 % - 25 % - 45 % - 75 % - 90 %

CARBONETO DE CÁLCIO

CIANAMIDA CÁLCICA

PASTA PARA ELÉCTRODOS

E EM MONTAGEM

GRAFITE

FÁBRICAS
CANAS DE SENHORIM
Telefone 6 72 22

SEDE
Largo de S. Carlos, 4 2.º — LISBOA
Telefones 32 53 43 - 3 55 56 - 36 89 89

Celulite

ISOLAMENTO TÉRMICO DAS CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS

*

TECTOS

*

PAREDES

*

CÂMARAS FRIGORÍFICAS

*

ISOLAMENTOS INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. • RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º • TEL. 73 01 56 — LISBOA

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS

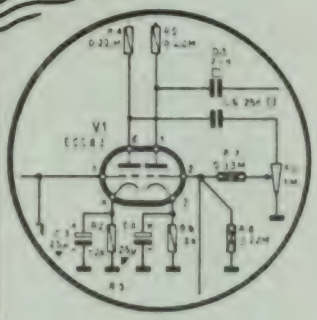
IMPERMEABILISADOR

IMEPA

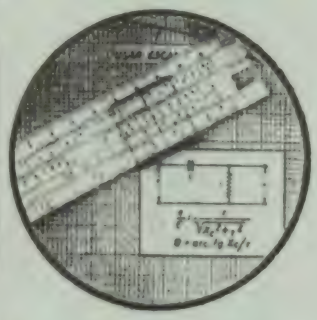
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º-LISBOA

FÁBRICA EM SÂCAVÉM

EQUIPAMENTO DE AMPLIFICAÇÃO DE SOM



CONCEBIDO BEM CALCULADO CONSTRUIDO



LESA

A grande marca italiana

Representantes em Portugal

TELECTRA

EMPRESA TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS ELÉCTRICOS, S. A. R. L.

Rua Rodrigo da Fonseca, 103, r.c
LISBOA — Tel. 68 60 72

Rua Sá da Bandeira, 766-1.º E.
Tel. 2 48 18 — PORTO

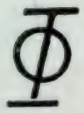
AÇO TOR

O AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA
PARA BETÃO ARMADO COM
MAIOR VENDA NO MUNDO

TENSÃO DE SEGURANÇA 2 400 Kg/cm²

SEM GANCHOS

Especifique
AÇO TOR
com o símbolo



SOABAL – SOCIEDADE DE AÇOS PARA BETÃO ARMADO, LDA.
RUA JOAQUIM BONIFÁCIO, 2, 1.º — TELEF. 4 05 66 — LISBOA

TÉCNICA

CORPO REDACTORIAL: J. M. VIEGAS GONÇALVES, A. ROMÃO DIAS, J. F. GOMES DE PINA, A. M. L. ESTEVES BRINCA

Ano XXXVIII — N.º 330 Julho de 1963

C. D. U. 532.517.2

Movimento lamelar dum líquido viscoso em regime não permanente

POR FREDERICO MACHADO
Engenheiro Civil (I. S. T.)

As equações gerais do movimento dum líquido viscoso são (cf. Lamb, 1945, p. 577)

$$(1)\qquad \begin{cases} \dfrac{Du}{Dt} = X - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u \\[2ex] \dfrac{Dv}{Dt} = Y - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} + \nu\nabla^2 v \\[2ex] \dfrac{Dw}{Dt} = Z - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} + \nu\nabla^2 w \end{cases}$$

com $D/Dt = \partial/\partial t + u\,\partial/\partial x + v\,\partial/\partial y + w\,\partial/\partial z$ e $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$

Aqui ρ é a densidade (massa específica), p a pressão, e ν a viscosidade cinemática; u, v, w são as componentes da velocidade no sistema de coordenadas cartesianas ortogonais $Oxyz$; ρ e ν consideram-se constantes em todo o líquido.

O movimento deve satisfazer também à equação de continuidade (para líquidos incompressíveis).

$$(2)\qquad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

* * *

Consideremos um tubo circular uniforme de raio a e eixo vertical coincidente com Oz, ligando um depósito de largura infinita à profundidade $z = -h$ a uma superfície livre também indefinida $z = 0$.

Teremos $X = Y = 0$; e, supondo o escoamento lamelar, $u = v = 0$. A primeira e a segunda equações de (1) dão $\partial p/\partial x = \partial p/\partial y = 0$, o que mostra que p só depende de t e z.

Por sua vez a equação (2) reduz-se a $\partial w / \partial z = 0$ e portanto w é só função de t, x e y, ou melhor, por razões de simetria, função de t e de $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Além disso é $Z = -g$ e vamos fazer $p = -\rho g z + \Delta p$, sendo Δp a diferença de pressão relativa à pressão hidrostática $-\rho g z$. A terceira equação de (1) vem

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \Delta p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w$$

p e Δp são funções de t e z, mas a equação anterior mostra que $\partial \Delta p / \partial z$ é só função de t (porque w é independente de z). Será então $\Delta p = Az + B$ (sendo A e B funções só de t) que deverá satisfazer às condições $\Delta p = 0$ para $z = 0$, e $\Delta p = \Delta p_h$ para $z = -h$. Podemos escrever $\Delta p = -(z/h)\,\Delta p_h$ e $-(1/\rho)\,\partial \Delta p / \partial z = \Delta p_h / \rho h = F(t)$.

Fazendo

$$W = w - \int_{t_0}^{t} F(t)\, dt$$

(onde t_0 é uma constante a determinar oportunamente) e passando a coordenadas cilíndricas, com w dependendo apenas de t e r, vem finalmente

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r} \right) \tag{3}$$

com a condição nos limites

$$w = 0 \quad \text{e portanto} \quad W = -\int_{t_0}^{t} F(t)\, dt \quad \text{para} \quad r = a$$

(o que equivale a supor que o líquido não escorrega sobre as paredes do tubo).

Uma solução de (3) é (cf. casos análogos indicados por Byerly, 1959, p. 12 e 226)

$$W = c_1 e^{-c_2 \nu t} J_0 (r\sqrt{c_2}) \tag{4}$$

onde c_1 e c_2 são constantes arbitrárias, e $J_0 (r\sqrt{c_2})$ é a função de Bessel de primeira espécie e de ordem zero

$$J_0 (r\sqrt{c_2}) = 1 - \frac{c_2 r^2}{2^2} + \frac{c_2^2 r^4}{2^2 . 4^2} - \frac{c_2^3 r^6}{2^2 . 4^2 6^2} + \ldots$$

* * *

Para satisfazer à condição nos limites, convém transformar a expressão (4). Suponhamos que $F(t)$ é uma função de variação limitada, e que pode representar-se pela série de Fourier (cf. por exemplo Jordan, 1883, p. 228 e seg.)

$$F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \operatorname{sen} \frac{n \pi t}{T} \qquad \text{com} \tag{5}$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \operatorname{sen} \frac{n \pi t}{T}\, dt \tag{6}$$

onde T é uma constante.

Será também

$$\int_{t_0}^{t} F(t)\,dt = -\frac{T}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{n}\cos\frac{n\pi t}{T} \tag{7}$$

onde escolhemos t_0 de modo a anular-se, na série, o termo independente de t.

Façamos agora em (4) $c_1 = ce^{\pm i\nu\alpha t_n}$ e $c_2 = \pm i\alpha$ com $\alpha = n\pi/\nu T$. Virá sucessivamente

$$W' = c\,[\cos\nu\alpha\,(t-t_n) - i\,\mathrm{sen}\,\nu\alpha\,(t-t_n)]\,J_0\,(r\sqrt{i\alpha})$$

$$W'' = c\,[\cos\nu\alpha\,(t-t_n) + i\,\mathrm{sen}\,\nu\alpha\,(t-t_n)]\,J_0\,(r\sqrt{-i\alpha})$$

Somando temos

$$W_n = W' + W'' = \frac{c_n\,[\cos\nu\alpha\,(t-t_n)\,L\,(r\sqrt{\alpha}) - \mathrm{sen}\,\nu\alpha\,(t-t_n)\,M\,(r\sqrt{\alpha})]}{\sqrt{[L\,(a\sqrt{\alpha})]^2 + [M\,(a\sqrt{\alpha})]^2}} \tag{8}$$

sendo

$$L\,(r\sqrt{\alpha}) = \frac{1}{2}\,[J_0\,(r\sqrt{i\alpha}) + J_0\,(r\sqrt{-i\alpha})] = 1 - \frac{\alpha^2 r^4}{2^2.4^2} + \frac{\alpha^4 r^8}{2^2.4^2.6^2.8^2} - \ldots$$

$$M\,(r\sqrt{\alpha}) = \frac{i}{2}\,[J_0\,(r\sqrt{i\alpha}) - J_0\,(r\sqrt{-i\alpha})] = \frac{\alpha r^2}{2^2} - \frac{\alpha^3 r^6}{2^2.4^2.6^2} + \ldots$$

e

$$c = c_n/2\sqrt{[L\,(a\sqrt{\alpha})]^2 + [M\,(a\sqrt{\alpha})]^2}$$

Estas expressões são reais, apesar das funções de Bessel terem argumentos imaginários.

Se t_n for determinado pela equação

$$\mathrm{tg}\,\nu\alpha t_n = \frac{M\,(a\sqrt{\alpha})}{L\,(a\sqrt{\alpha})},$$

a expressão (8) dará, para $r = a$,

$$(W_n)_{r=a} = c_n\cos\nu\alpha t = c_n\cos\frac{n\pi t}{T},$$

o que permite escrever

$$(W_n)_{r=a} = \frac{T}{\pi}\cdot\frac{A_n}{n}\cos\frac{n\pi t}{T}$$

com $c_n = (T/\pi)\,A_n/n$ e A_n dado por (6).

Então se fizermos

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} W_n = \frac{T}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{n}\cdot\frac{\cos\nu\alpha\,(t-t_n)\,L\,(r\sqrt{\alpha}) - \mathrm{sen}\,\nu\alpha\,(t-t_n)\,M\,(r\sqrt{\alpha})}{\sqrt{[L\,(a\sqrt{\alpha})]^2 + [M\,(a\sqrt{\alpha})]^2}} \tag{9}$$

com $\alpha = n\pi/\nu T$ e $t_n = (1/\nu\alpha)\,\mathrm{arctg}\,[M\,(a\sqrt{\alpha})\,/\,L\,(a\sqrt{\alpha})]$, teremos, para $r = a$,

$$(W)_{r=a} = \frac{T}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{n}\cos\frac{n\pi t}{T} = -\int_{t_0}^{t} F\,(t)\,dt\,.$$

A expressão (9) é portanto a solução da equação (3), satisfazendo à condição nos limites.

A velocidade do líquido será

(10) $$w = W + \int_{t_0}^{t} F(t)\, dt$$

e o caudal correspondente

(11) $$Q = 2\pi \int_{0}^{a} w\, r\, dr\,.$$

Este problema de escoamento lamelar dum líquido viscoso, através dum tubo rectilíneo de secção circular uniforme, fica assim completamente resolvido.

* * *

A solução pode porém simplificar-se se for suficientemente pequena a derivada $d\Delta p_h / dt$. Atendendo a (5), temos

$$\frac{\Delta p_h}{\varrho h} = F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{T}$$

e, segundo (6).

$$A_n = \frac{2}{T}\int_{0}^{T} F(t) \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{T}\, dt = \frac{2}{\varrho h T}\int_{0}^{T} \Delta p_h \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{T}\, dt$$

expressão que, segundo a teoria das séries de Fourier, tende para zero quando n tende para infinito.

Integrando por partes obtemos

$$A_n = \frac{2}{n\pi\varrho h}\left[(\Delta p_h)_{t=0} - (\Delta p_h)_{t=T} \cos n\pi + \int_{0}^{T} \frac{d\Delta p_h}{dt} \cos \frac{n\pi t}{T}\, dt \right]$$

Como por hipótese Δp_h tem variação limitada, se $d\Delta p_h/dt$ for suficientemente pequena podemos então considerar valores grandes de T, sem que os A_n aumentem apreciàvelmente, de tal forma que $(n\pi/\nu T)\, r^2$ ou $(n\pi/\nu T)\, a^2$ sejam pequenos em face da unidade (podendo desprezar-se as potências de ordem igual ou superior à segunda) para aqueles valores de n inferiores ao limite acima do qual os A_n/n são suficientemente pequenos para se poderem desprezar os termos correspondentes da série (9) onde os outros são todos limitados.

Teremos, nesta hipótese,

$$\operatorname{sen} \nu\alpha t_n \cong \frac{n\pi}{\nu T} \cdot \frac{a^2}{4}\,, \qquad \cos \nu\alpha t_n \cong 1\,,$$

$$L(r\sqrt{\alpha}) \cong 1\,, \qquad M(r\sqrt{\alpha}) \cong \frac{n\pi}{\nu T} \cdot \frac{r^2}{4}\,,$$

$$\sqrt{[L(a\sqrt{\alpha})]^2 + [M(a\sqrt{\alpha})]^2} \cong 1$$

e virá

$$W = \frac{T}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{n} \cos \frac{n\pi t}{T} + \frac{a^2 - r^2}{4\nu}\sum_{n=1}^{\infty} A_n \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{T} = -\int_{t_0}^{t} F(t)\, dt + \frac{a^2 - r^2}{4\nu} \cdot \frac{\Delta p_h}{\varrho h}$$

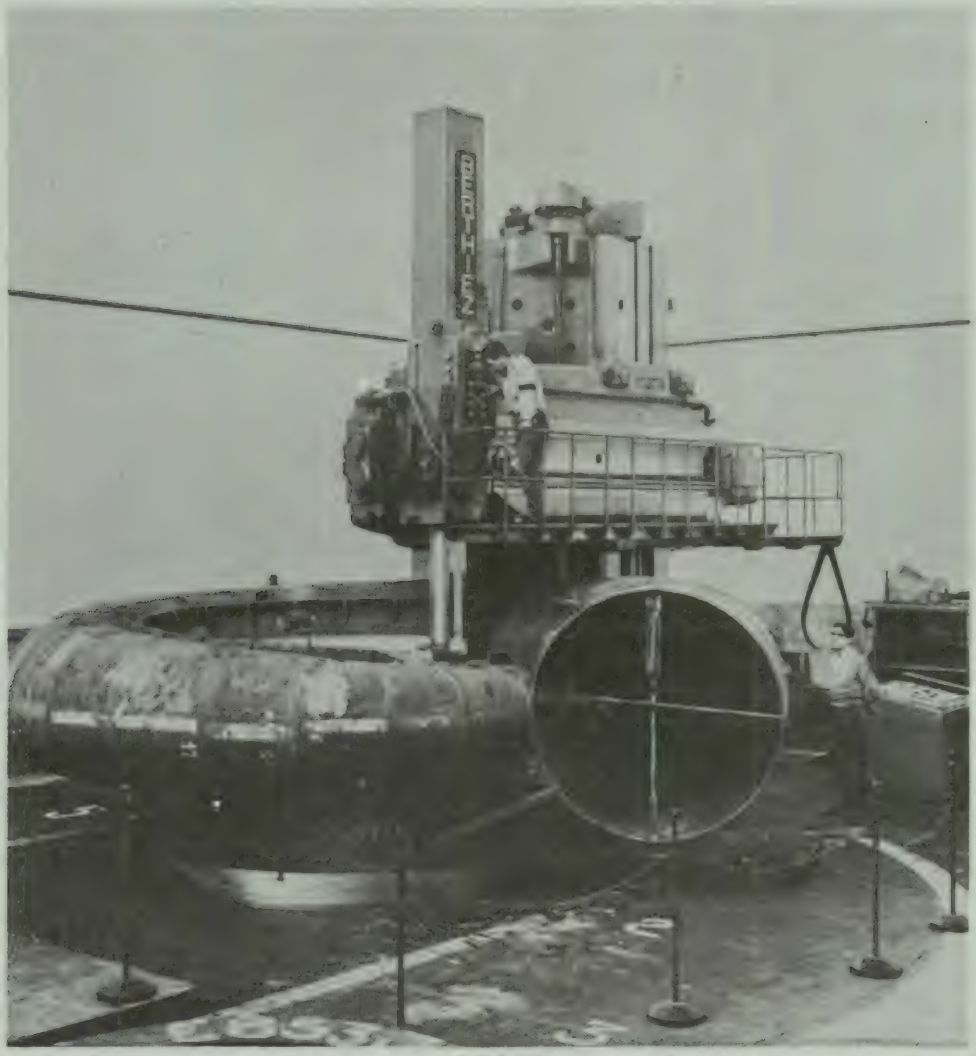
em consequência de (5) e (7).

MAGUE

CONSTRUÇÕES METALO-MECÂNICAS MAGUE, L.DA

(S. E. MONIZ DA MAIA & VAZ GUEDES, L.DA)

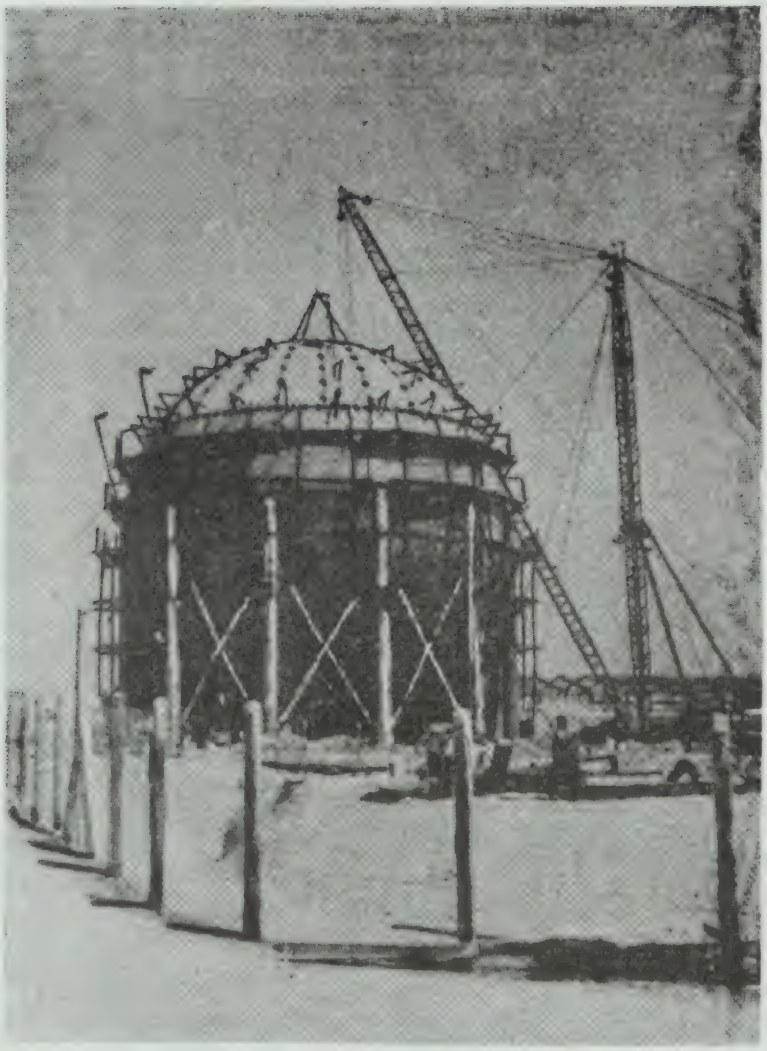
Alverca — Portugal



Aspecto do invólucro espiral de uma das duas turbinas «Francis» de 54.000 CV destinadas à Central de Pisões (HICA) construídas por Construções Metalomecânicas MAGUE S. A. R. L. segundo projecto e licença dos Ateliers de Constructions Mécaniques de Vevey S. A.

PROJECTO E FABRICO DE

PONTES ROLANTES
GUINDASTES
GRUAS, DERRICKS E GUINCHOS
APARELHOS DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS
CONSTRUÇÕES METÁLICAS PESADAS



ESFERA

PARA

ARMAZENAGEM

DE

AMONÍACO

AÇOS VAZADOS • FERROS FUNDIDOS
MECÂNICA MÉDIA E PESADA
CONSTRUÇÕES METÁLICAS

comportas
turbinas
condutas forçadas
reservatórios sob pressão
permutadores de calor

REDUTORES DE VELOCIDADE

DIVISÃO METALO-MECÂNICA

COMPANHIA UNIÃO FABRIL

AV. 24 DE JULHO, 170 — LISBOA 2 — TELEFONES 67 04 21 E 67 20 61 — TELEGRAMAS: METALOFABRIL

Substituindo em (10) e (11), obtém-se

$$w = \frac{a^2 - r^2}{4\nu} \cdot \frac{\Delta p_h}{\rho h}$$

e

$$Q = \frac{\pi a^4}{8 \nu \rho h} \Delta p_h$$

que é a fórmula de Poiseuille (cf. Lamb, 1945, p. 585).

Vemos que esta fórmula é verdadeira para Δp_h constante (regime permanente), ou ainda aproximadamente, quando a pressão tiver variações suficientemente lentas (e puder desenvolver-se numa série da forma (5) ou análoga). O problema tem muito interesse para o estudo da ascensão da lava nas chaminés vulcânicas (cf. Machado, 1962).

Agradecimento

Ao Dr. F. R. Dias Agudo o autor agradece a leitura do manuscrito do presente trabalho.

SUMMARY

In this paper a solution is obtained for the variable flow of a viscous liquid through a vertical circular pipe (intended to represent a model of volcanic vent). When the pressure varies very slowly, the expression for the flux reduces to Poiseuille's law, as it should be expected.

REFERÊNCIAS

Byerly, W. E.,
(1959) *Fourier's Series and Spherical, Cylindrical, and Ellipsoidal Harmonics.* Dover, New York.

Jordan, M. C.,
(1883) *Cours d'Analyse,* Tome 2ème. Gauthier-Villars, Paris.

Lamb, H.,
(1945) *Hydrodynamics,* 6th ed. Dover, New York.

Machado, F.,
(1962) Sobre o Mecanismo da Erupção dos Capelinhos. *Memórias dos Serviços Geológicos de Portugal,* n.º 9 (nova série), pp. 9–19.

C. D. U. 621.313.013.001

APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS ANALOGIAS ELÉCTRICAS AO ESTUDO DE ALGUNS PROBLEMAS RELATIVOS AO CAMPO MAGNÉTICO DAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

PELO ENG.º ELECT. (I.S.T.) CARLOS DE MEDEIROS PORTELA
Assistente do I. S. T.

Continuação)

5 Campo magnético na zona do entreferro, dentes e cavas

5.1 *Decomposição do campo magnético na zona do entreferro, dentes e cavas, para efeito da sua determinação experimental*

O campo magnético que mais afecta o comportamento electromagnético das máquinas eléctricas e cujo estudo é mais difícil, é o campo na região do entreferro, cavas e dentes, em que a influência da saturação do ferro, especialmente nos dentes, é decisiva. Este campo pode, à excepção de algumas pequenas zonas, ser tratado como campo a duas dimensões.

Seja por exemplo o problema da determinação das reactâncias do induzido de um alternador, determinação que é possível reduzir à determinação do campo associado às correntes que percorrem o indutor e os diversos condutores do induzido.

O campo numa zona do entreferro, cavas e dentes, associado a correntes no induzido não muito próximas, pode normalmente ser tratado como o campo associado às correntes indutoras, considerando a soma das forças magnetomotrizes do indutor e dessa parte do induzido.

O campo associado às correntes que percorrem uma cava, na sua vizinhança imediata, não pode, porém, ser tratado da mesma forma, por ser totalmente diverso do campo associado às correntes do indutor.

O campo magnético na zona do entreferro, dentes e cavas, pode ser calculado da seguinte forma:

a) Considerar separadamente o campo associado a cada dente e metade das cavas vizinhas, tendo em conta a corrente do indutor e do induzido em todas as cavas da máquina à excepção das cavas vizinhas do dente. Este campo pode ser determinado com bastante aproximação, considerando a saturação do ferro, a partir da relação entre o fluxo através do dente e meias cavas vizinhas e a força magnetomotriz correspondente. Esta relação pode ser determinada experimentalmente, por processo análogo ao adoptado no Cap. II;

b) Considerar o campo associado às correntes do induzido na sua vizinhança imediata. Este campo pode, com razoável aproximação, ser tratado como uma perturbação ao campo anteriormente determinado, considerando, para efeitos desta perturbação, o ferro como um meio anisótropo cuja permeabilidade na direcção do campo «não perturbado» e prèviamente conhecido seja μ_1, e cuja permeabilidade em direcções ortogonais seja μ.

5.2 *Campo na zona do entreferro, dentes e cavas associado a correntes afastadas do domínio em estudo*

5.2.1 *Método utilizado*

Para estudo do campo na zona do entreferro, dentes e cavas, seguiu-se processo análogo ao descrito no Cap. II, utilizando-se um modelo misto de papel condutor e rede de resistências.

Fizeram-se ensaios correspondentes a diversos estados de saturação, por forma a poder interpolar os resultados com aproximação satisfatória.

Verificou-se que a relutância do conjunto entreferro, dente e cava, é sensìvelmente inferior ao valor obtido pelo processo corrente de cálculo, sendo a razão básica da discordância a diminuição acentuada de fluxo na região terminal do dente, a qual não é convenientemente tida em conta no processo habitual de cálculo.

Considerou-se para f (H, B) a relação traduzida pelo gráfico da fig. 5.

Fizeram-se ensaios correspondentes aos seguintes valores de $\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)_{base}$ e B_{tm} (1):

$\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)_{base}$	B_{tm} gauss
0,0000 (2)	—
0,0089	11 170
0,0213	12 600
0,0393	13 185
0,0565	13 830

Para o estudo do caso limite de permeabilidade infinita utilizou-se um modelo em analogia inversa, anàlogamente ao exposto no Cap. II, em 5, tendo-se obtido o campo eléctrico representado por algumas equipotenciais na fig. 97.

5.2.2 *Resultados obtidos relativos à relutância do conjunto entreferro, dentes e cavas*

Os resultados obtidos foram referidos à relação Γ (3), definida no Cap. II, em 3 e 4, e são indicados no gráfico da fig. 98. Neste gráfico indicam-se também os valores obtidos pelo processo habitual de cálculo. Como seria de prever este conduz a valores por excesso. No gráfico da fig. 99 indica-se o erro Δ (4) do processo usual de cálculo, referido ao valor obtido experimentalmente, em função de $\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)_{base}$.

Em valor relativo este erro é máximo para

$$246) \quad \left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)_{base} \sim 0{,}02 \, .$$

Este facto resulta de, nas condições vizinhas de máximo, a região do topo estar bastante mais saturada que a base. Dado que é na região do topo que o erro do processo usual de cálculo é bastante importante, o erro da relutância, no que respeita ao «campo no dente», tem valor relativo muito elevado. Para condições correspondentes a uma saturação mais acentuada, a variação de H ao longo do dente, em valor relativo, é menos pronunciada, sendo, nessas condições, menor o erro relativo global do processo usual de cálculo.

---

(1) Usamos a notação definida no Cap. II. Assim $\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)_{base}$ é a relação entre a permeabilidade magnética do vácuo e a permeabilidade média do dente na base, e B_{tm} é o valor médio da componente radial da indução magnética ao nível do topo dos dentes (nos dentes e cavas).

(2) Caso limite ideal de a permeabilidade do ferro ser infinita.

(3) Relação entre a relutância do conjunto entreferro, dentes, cavas e a de um entreferro uniforme igual ao entreferro da máquina.

(4) Definido no Cap. II, em 5 (erro do processo usual de cálculo em relação ao valor obtido experimentalmente, expresso em percentagem deste).

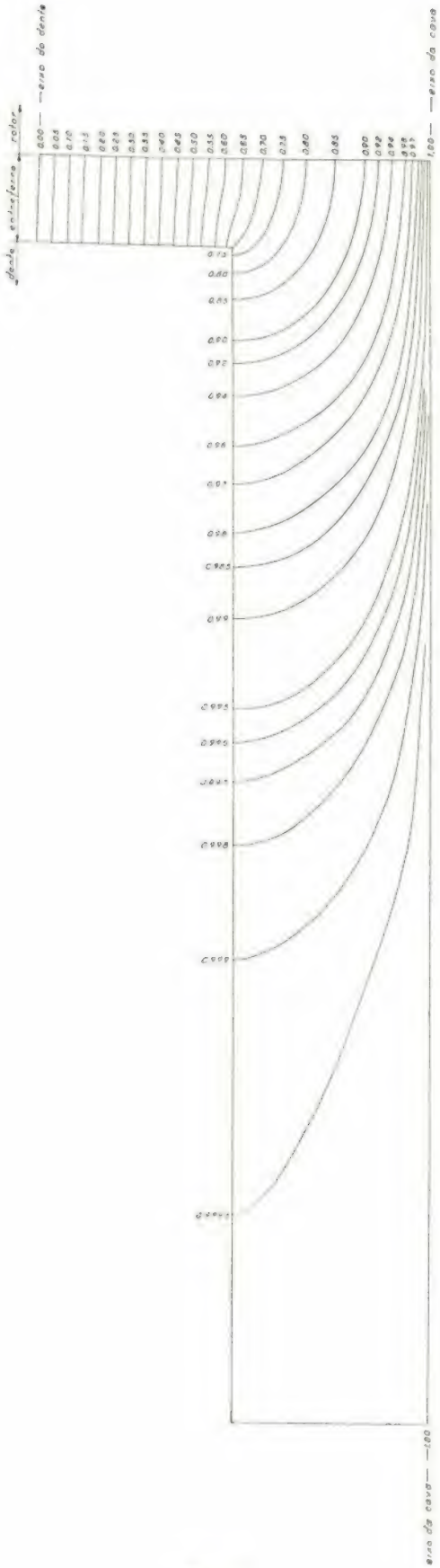


Fig. 97

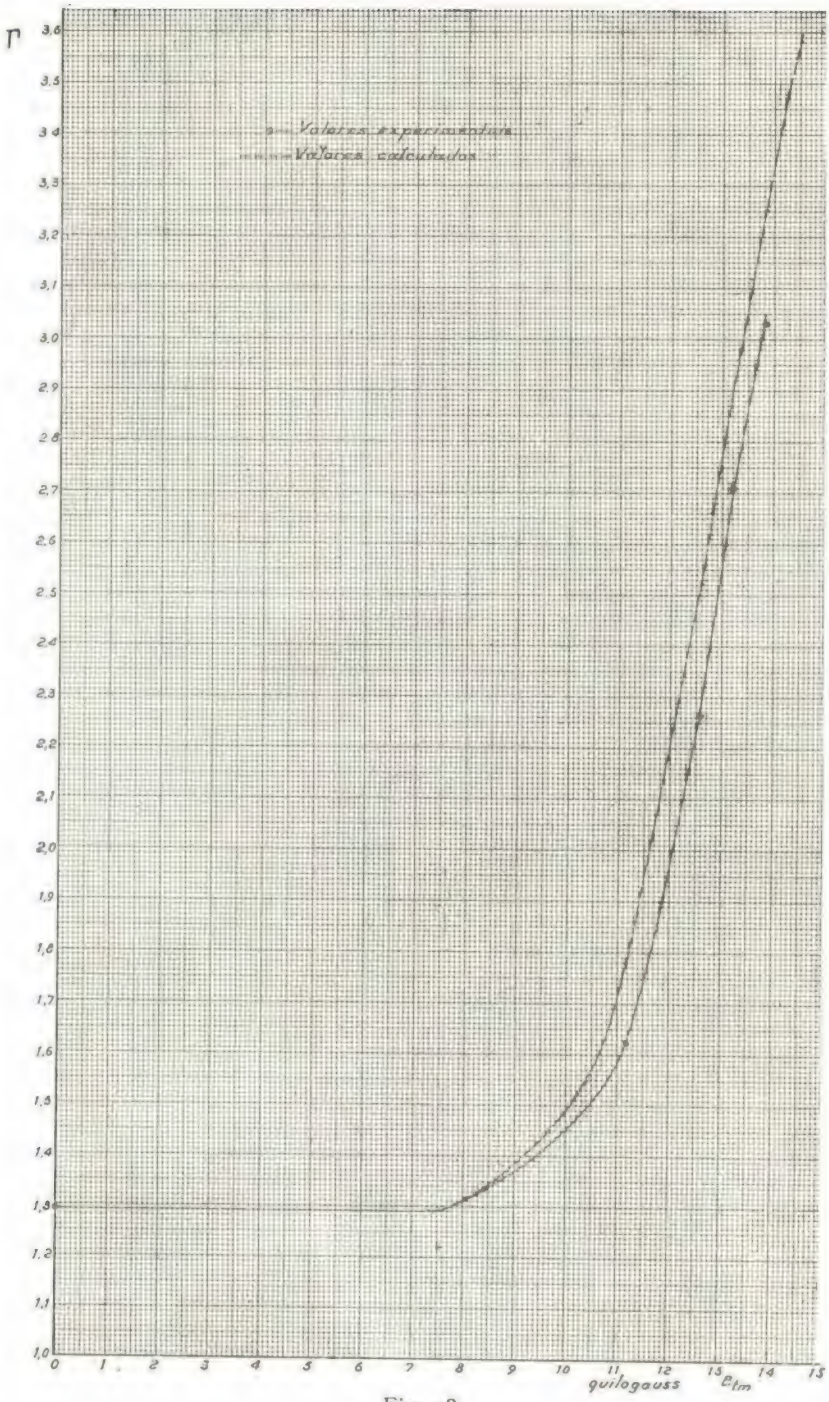

Γ
Valores experimentais
Valores calculados
quilogauss
B_{lm}

Fig. 98

Além disso, de certa maneira, o facto apontado está relacionado com o facto de $\frac{\delta H}{\delta B}$, segundo a relação f (H, B) considerada, apresentar um máximo para

$$247) \quad \left(\frac{\mu_0}{\mu}\right) \sim 0{,}03 \, .$$

Ora, nas condições (em ordem de grandeza) em que se verifica o máximo de Δ, tem-se que, na região do topo do dente, o valor de $\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)$ é da ordem de 0,03.

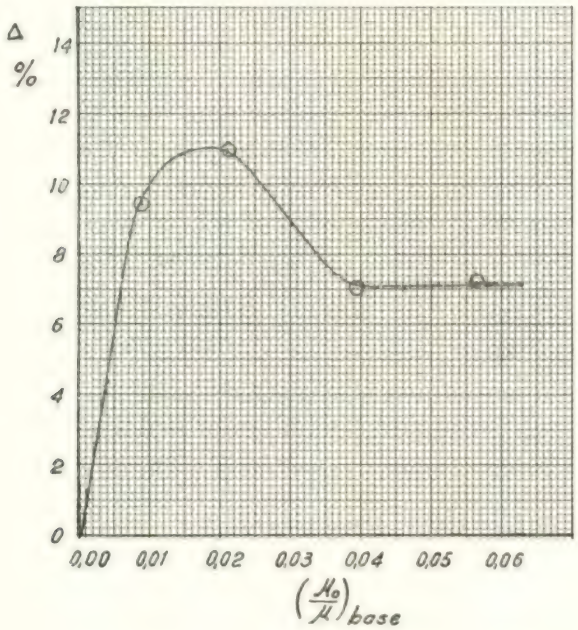


Fig. 99

5.2.3 *Variação do fluxo magnético, do campo magnético e da indução magnética ao longo do dente*

Os resultados obtidos experimentalmente, no que respeita à variação de fluxo ao longo do dente, são representados na fig. 100, em que se indica a variação da relação entre o fluxo em diversas secções do dente, ortogonais ao eixo, definidas pelo correspondente valor de τ (1), e o fluxo na base do dente, em função de $\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)_{base}$.

Para

$$248) \quad \left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)_{base} \sim 0{,}02 \, ,$$

algumas das curvas referidas apresentam um mínimo relativo. Tal facto resulta de, aproximadamente para essas condições, ser maior a variação relativa da permeabilidade ao longo do dente.

A partir das curvas referidas pode-se calcular fàcilmente a variação do campo B ao longo do dente por forma a determinar as perdas magnéticas. Verificou-se que a variação de B em secções transversais é bastante pequena, sendo desprezável para efeitos da aproximação com que interessa calcular as perdas magnéticas.

(1) Relação entre a distância da secção considerada à base do dente e a altura do dente.

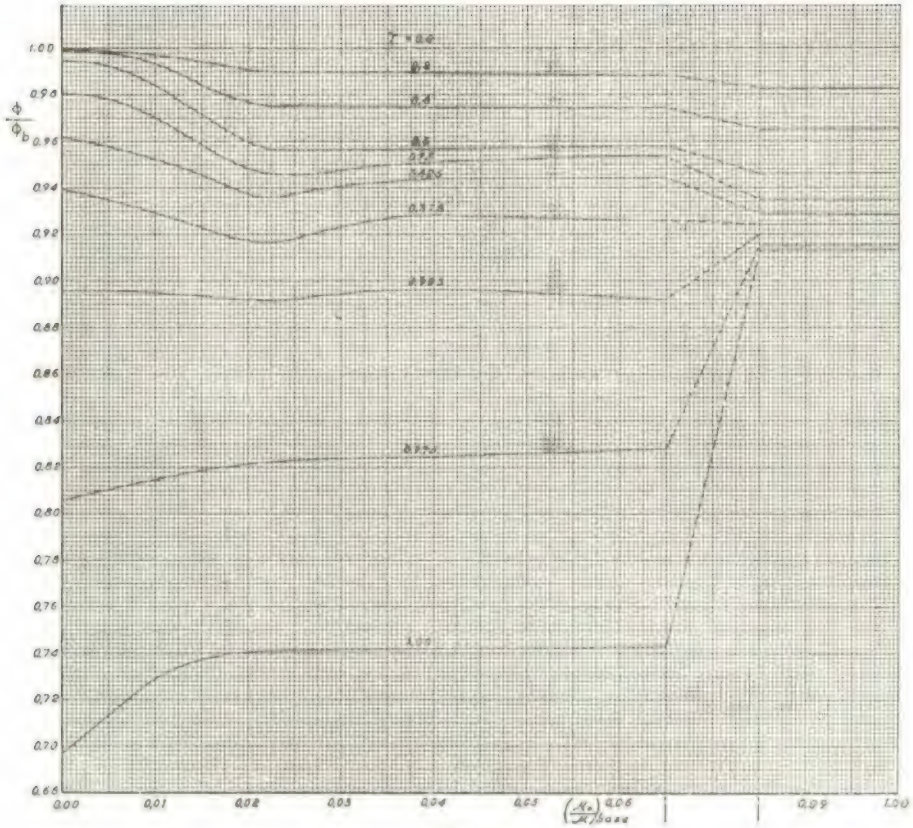


Fig. 100

5.3 *Campo na zona do entreferro, dentes e cavas, na vizinhança das correntes a ele associadas*

5.3.1 *Método utilizado*

Para estudo do campo na vizinhança imediata das correntes a ele associadas, considerou-se a analogia inversa, mais cómoda para a representação de um campo rotacional.

Tìpicamente este campo difere significativamente do anterior na cava em que se encontram os condutores respectivos e nos dois dentes vizinhos.

Considere-se, por exemplo, o caso representado na fig. 101 do campo associado a correntes na camada Δ y da cava *a*. Nas cavas *b*, *c*, . , . , este campo tem configuração similar ao campo associado, por exemplo, a correntes no indutor.

Seja o caso limite do ferro com permeabilidade infinita. O campo no entreferro no eixo dos dentes *ab* e *bc*, por exemplo, é muito aproximadamente radial. Consideremos o campo na cava e no entreferro entre os eixos dos dentes *ab* e *bc*. Dado que as condições fronteira definem unìvocamente o campo, o campo na cava *b* seria muito aproximadamente simétrico em relação ao eixo da cava.

No caso da saturação a simetria é menos aproximada. Dado que, porém, o fluxo nos dentes *ab* e *bc* é da mesma ordem de grandeza, a distribuição do campo na cava *b* não se afasta muito de uma distribuição simétrica, coincidindo uma linha de força de H, aproximadamente, com o eixo da cava b.

Na cava *a* e nos dentes vizinhos a distribuição do campo é bastante diversa da distribuição no resto da máquina. Na hipótese de uma distribuição de corrente nesta cava simétrica em relação ao seu eixo, o campo é antisimétrico em relação ao eixo.

Supôs-se, para simplificar o estudo, que o campo no fundo da cava, na base do dente e na superfície do polo, era ortogonal a essas superfícies, hipótese que, estando o polo na vizinhança dos dentes pràticamente não saturados, é válida. Se tal não acontecer, porém, nada obsta a que as zonas do indutor e do núcleo do induzido vizinhas do campo em estudo sejam consideradas no modelo

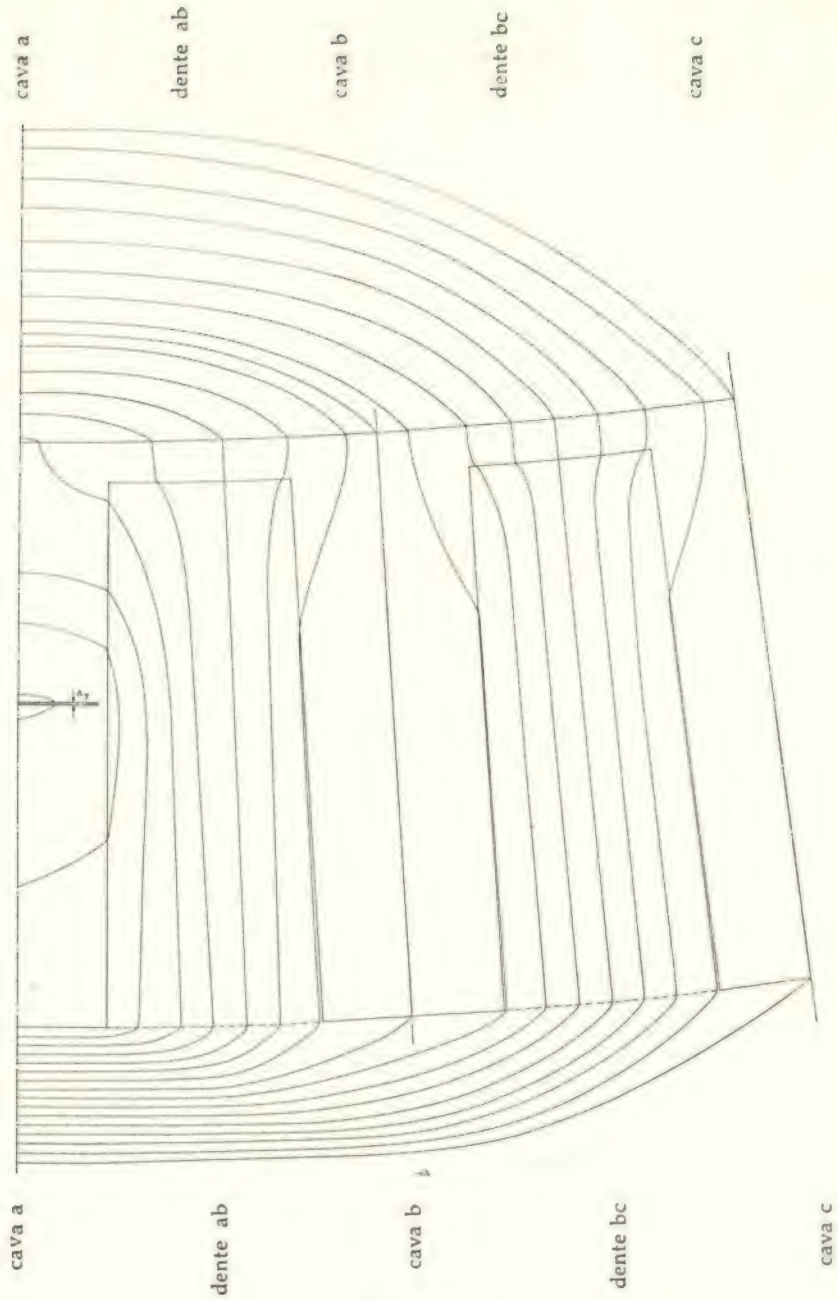


Fig. 101

experimental. Será apenas necessário um modelo um pouco mais extenso, e de que não nos foi possível dispor. A justificação destas hipóteses é semelhante à apresentada no Cap. II, em 3.

Supôs-se que o eixo das cavas vizinhas da cava em que se consideraram as correntes coincide com uma linha de força, hipótese que, pelos motivos acima expostos é razoàvelmente aproximada. Aliás, a legitimidade de, com aproximação satisfatória, supor que os eixos das cavas vizinhas daquela em que se consideram as correntes coincidem com linhas de força, foi verificada em face de resultados experimentais, conforme se verá mais adeante.

Supôs-se que o campo no eixo da cava em que se encontravam as correntes era ortogonal ao eixo, o que, para o caso em estudo, é válido, desde que a distribuição das correntes na cava seja simétrica em relação ao seu eixo, o que, aliás, é usual.

Assim sendo, tendo em conta as condições de simetria do campo, o seu estudo pode ser feito

a partir dum modelo que figure metade da cava percorrida pelas correntes em jogo, um dente e metade da cava vizinha, além do entreferro delimitado pelos dois eixos das cavas (fig. 102).

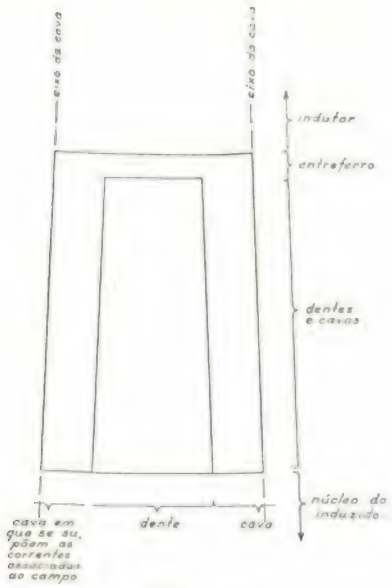


Fig. 102

Na hipótese de se não verificarem as condições de simetria indicadas o método exposto é também válido, com a necessidade, porém, de usar um modelo mais extenso.

Usou-se uma representação baseada na analogia inversa.

Dado que no entreferro e topos das cavas e dentes o campo é menos aproximadamente uniforme representaram-se estas zonas por quadriculados correspondentes a menores dimensões conforme, se indica ná fig. 103.

Para o estudo deste campo utilizou-se uma rede de resistências (descrita no Cap. I, em 2.6, fot. 2).

Tendo em conta os valores das resistências correntes no mercado e as suas características, e a montagem e processo de medida utilizados, decidiu-se considerar para resistividade plana correspondente à permeabilidade do ar 1 000 Ω.

Nestas condições, as resistências são obtidas com relativa facilidade a partir de resistências correntes no mercado e são bastante estáveis.

Fez-se o estudo para as hipóteses de o dente não estar saturado (permeabilidade pràticamente, infinita) e dum estado de saturação correspondente a uma indução na base do dente da ordem de 21 280 gauss (indução máxima no dente da ordem de 23 440 gauss).

Em geral a distribuição de correntes na cava não é uniforme, quer em virtude de poder haver numa mesma cava correntes relativas a fases diferentes, quer devido ao efeito pelicular. Para o estudo deste efeito, convém conhecer, fundamentalmente, o campo associado a uma camada de correntes paralela ao fundo da cava, de pequena espessura, de distância ao fundo da cava arbitrária. Interessa, portanto, estudar o campo associado a camadas de correntes de pequena espessura, nas condições atrás referidas.

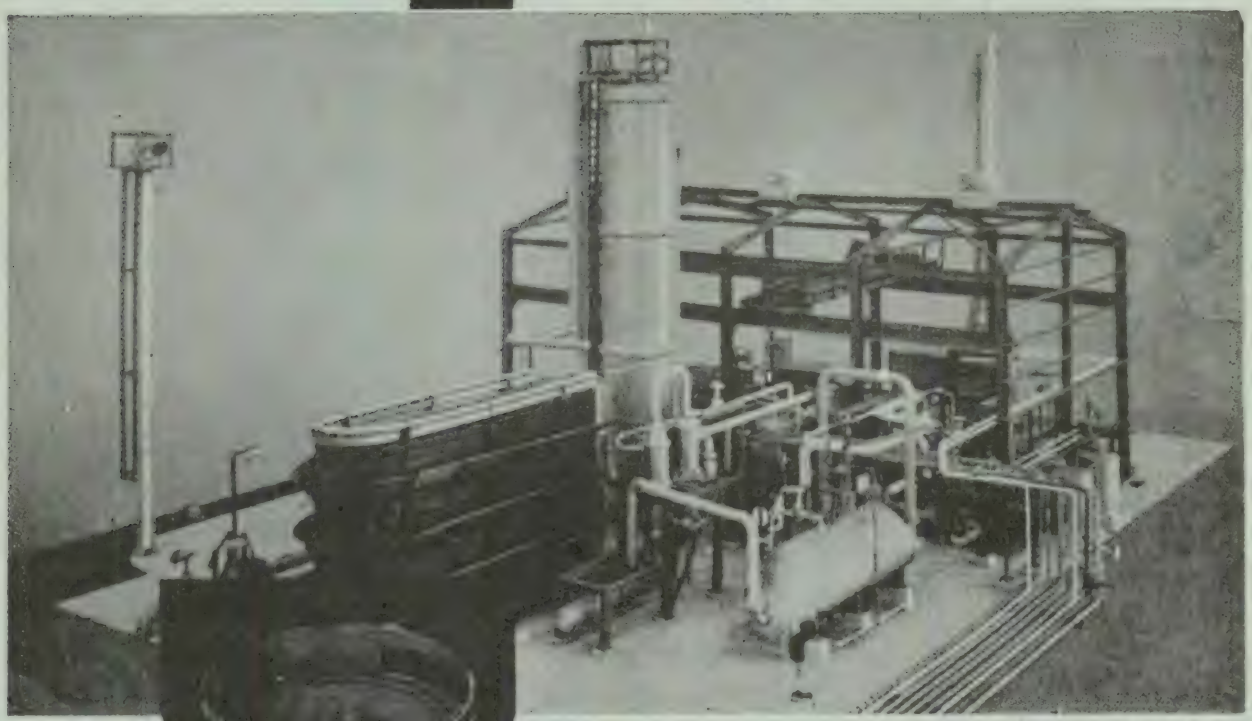
Os ensaios foram feitos admitindo que entre os condutores e o dente havia uma camada não condutora (correspondente ao isolamento das bobinas) com $\frac{1}{20}$ da largura da cava, de cada lado, sendo, numa secção da cava normal ao seu eixo, uniforme a distribuição de correntes.

Utilizou-se a montagem indicada na fot. 7 e o esquema de ligações representado na fig. 104.

As resistências da rede foram medidas e ajustadas com precisão, por forma que não diferissem mais de cerca de 0,5 % a 1 % do valor calculado.

CENTRO DE PROJECTOS

COLOCA A SUA EXPERIÊNCIA AO SERVIÇO DA INDÚSTRIA NACIONAL



MODELO DE INSTALAÇÃO EXECUTADO A PEDIDO DO CLIENTE

MODELO DE TANQUE DE TECTO FLUTUANTE

CONSTRUÇÃO DE MODELOS REDUZIDOS

O CENTRO DE PROJECTOS CONSTRÓI MODELOS DE INSTALAÇÕES E EQUIPAMENTOS, QUER PARA REALIZAÇÕES A SEU CARGO QUER A PEDIDO DE CLIENTES COM BASE EM DESENHOS QUE LHE SEJAM FORNECIDOS.

OS MODELOS REDUZIDOS

FACILITAM O ESTUDO DA INSTALAÇÃO ·
TORNAM MAIS FÁCIL E RÁPIDA A SUA MONTAGEM
POSSIBILITAM A INSTRUÇÃO DO PESSOAL ENCARREGADO DA CONDUÇÃO DA FÁBRICA. SÃO DE GRANDE UTILIDADE NA PLANIFICAÇÃO DA MONTAGEM DA INSTALAÇÃO

EXPONHA OS SEUS PROBLEMAS E DIRIJA AS SUAS CONSULTAS A **CENTRO DE PROJECTOS CUF** AV. 24 DE JULHO, 170 TELEF. 67 20 61 LISBOA - PORTUGAL TELEG. PROYABRIL CP-3

DESPOEIRAGEM

FILTROS TECIDOS EM PEÇAS, PANOS, SACOS, MANGAS

DE QUALQUER FIBRA NATURAL OU SINTÉTICA

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEF.: 93
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

FLUIDO E MASTIC

IMPERMEABILIZAÇÕES

TORNA TUDO ESTANQUE

Impermeabilização e vedação perfeita de:

Terraços, Empenas, Algerozes, Clarabóias, Paredes húmidas, Coberturas, Fendas, Juntas de dilatação, etc., etc.

Fácil aplicação — Elasticidade excepcional
Não endurece nem apodrece

ROOFATEX

À base de borracha + alumínio

Reforça a acção impermeabilizante do «Rubio», dando às construções um aspecto agradável — Protege todos os materiais contra a humidade, a ferrugem e a corrosão

RUBIO E ROOFATEX dois produtos que se completam

Representante exclusivo: Orlando Fernandes

Rua Palmira, 46-A-B-C — LISBOA-1 — Telefs. 83 01 63 - 84 26 39 — End. teleg. «ORFER»

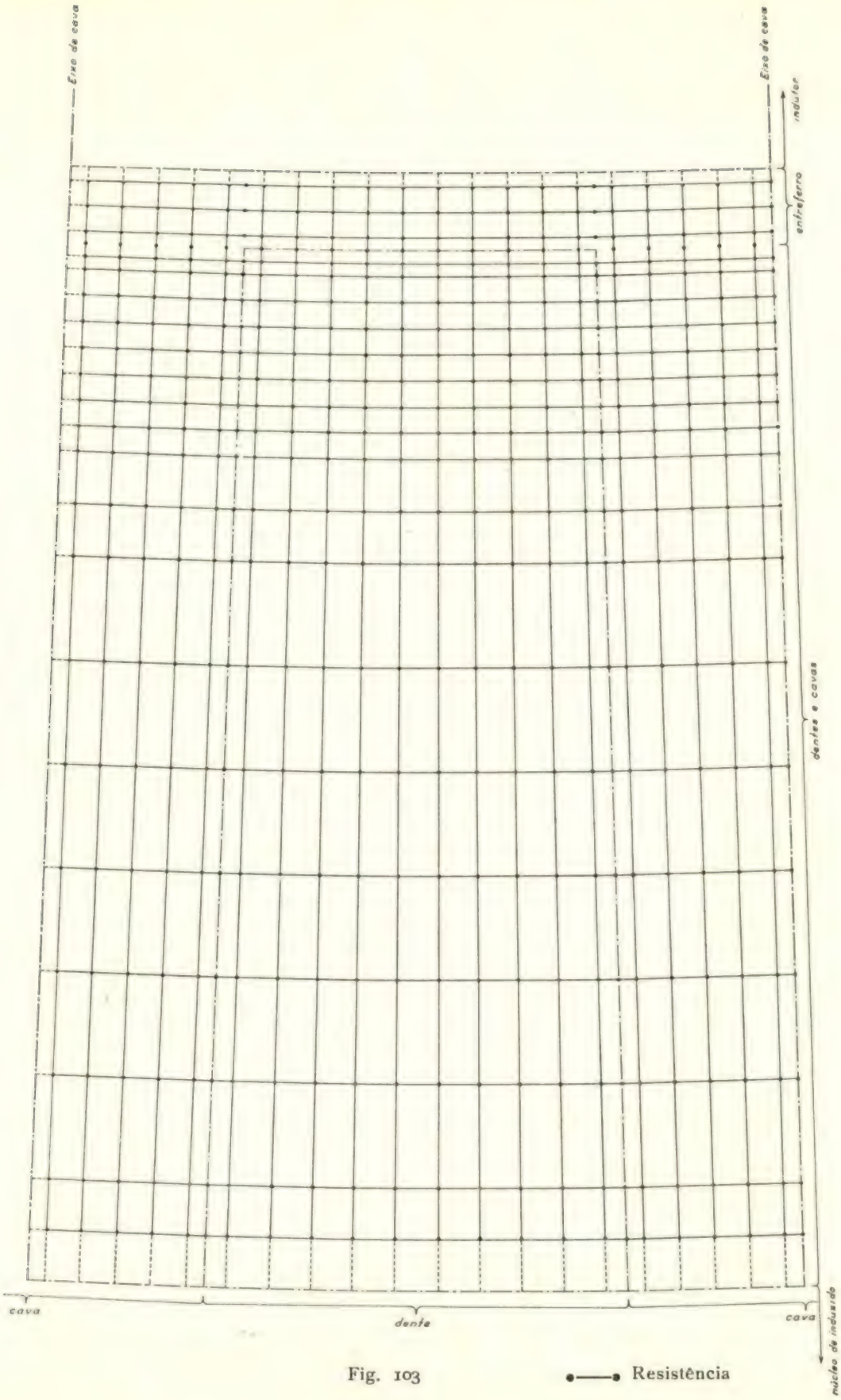


Fig. 103 •——• Resistência

As resistências R eram de precisão, bastante estáveis e de valores relativamente elevados, tendo sido medidas com rigor.

Por intermédio de uma ficha os pontos A', B', C', D' e E' eram ligados aos nós da cava em que se pretendia injectar as correntes.

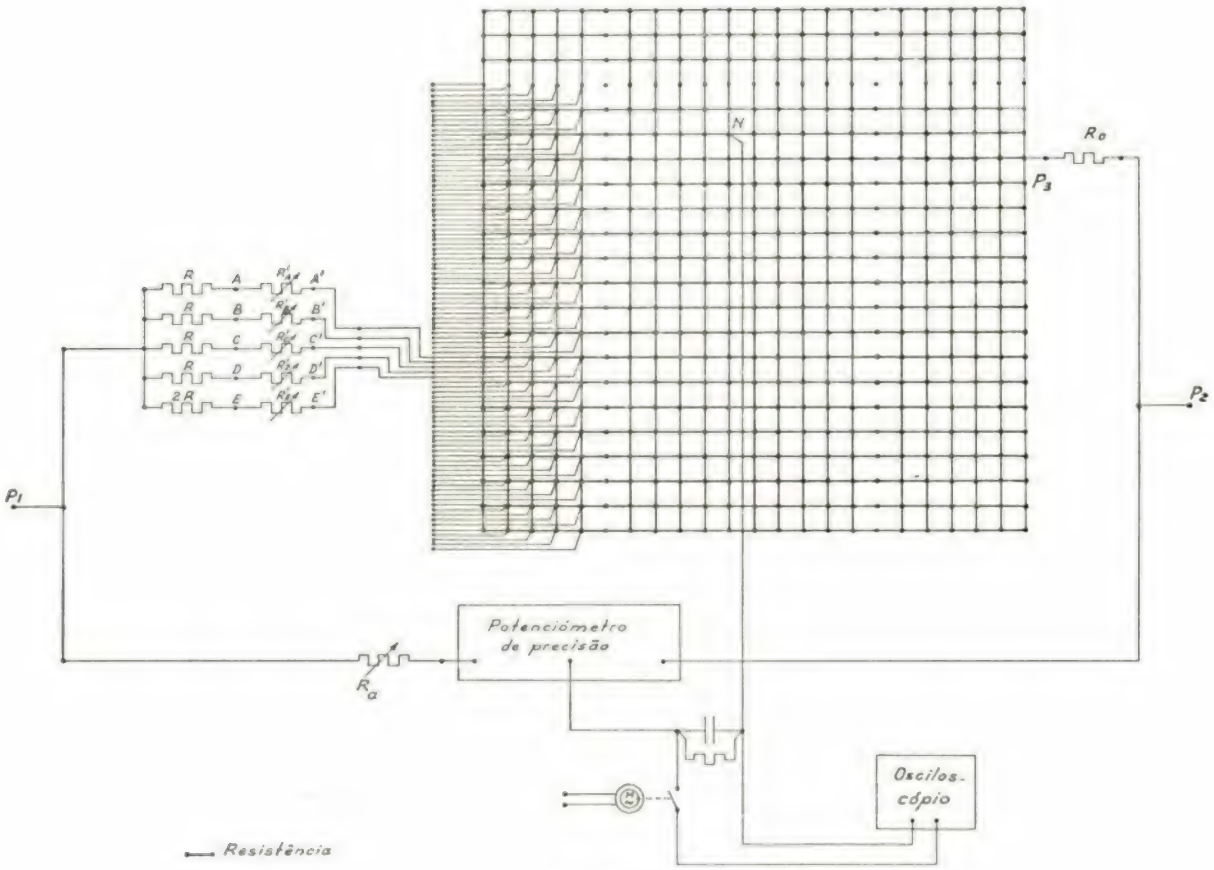


Fig. 124

A resistência R_o, de precisão, tinha um valor conhecido com rigor (1), por forma a permitir uma conversão numérica fácil da diferença de potencial entre dois pontos do modelo na relutância do correspondente tubo de força do campo magnético.

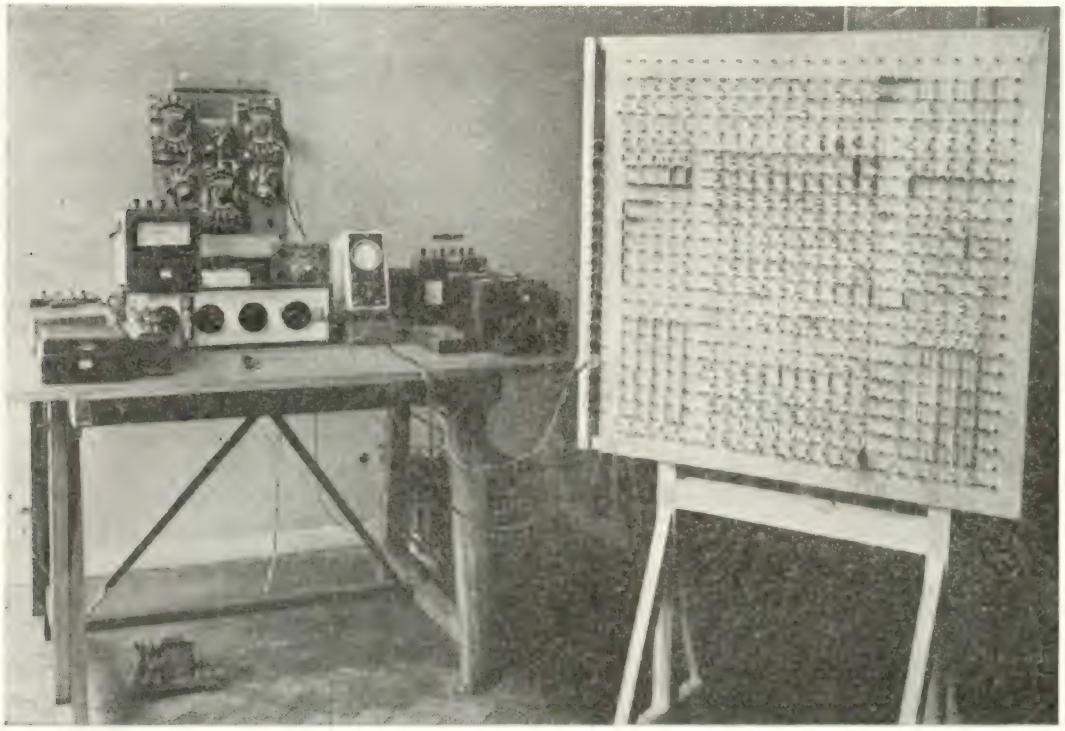
As resistências R' eram ajustadas por forma que o potencial nos pontos A, B, C, D, E fosse o mesmo, impondo-se assim a condição de as correntes injectadas nos nós estarem na relação inversa das resistências R correspondentes. Por as resistências R terem um valor relativamente elevado este ajuste era bastante rápido.

A resistência R_a era ajustada por forma que a tensão entre P_2 e P_3 fosse $\frac{1}{10}$ da tensão entre os terminais extremos do potenciómetro. Obtinha-se assim uma conversão fácil entre a diferença de

(1) Nos modelos correspondentes a permeabilidade do ferro infinita R_O, tinha um valor igual ao dobro da resistividade plana tomada para unidade (correspondente à permeabilidade do vácuo), e nos modelos correspondentes a uma forte saturação um valor igual a metade da resistividade plana tomada para unidade.

potencial entre dois pontos do modelo e a relutância do tubo de força correspondente, no campo magnético.

Devido aos efeitos capacitivos parasitas, não foi possível utilizar corrente alternada, tendo-se empregado corrente contínua. Entre P_1 e P_2 aplicou-se uma tensão da ordem de 20 V.



Fot. 7

Convindo utilizar para elemento de zero um osciloscópio, recorreu-se a um interruptor síncrono. A tensão cujo anulamento se pretendia verificar era aplicada a um condensador. Por intermédio de um interruptor síncrono (50 c/s) essa tensão era ligada periòdicamente aos terminais de um osciloscópio (componente vertical do movimento do feixe). No osciloscópio obtinha-se uma função com a forma de impulsos rectangulares periódicos de amplitude igual à tensão cujo anulamento se pretendia verificar.

5.3.2 *Permeabilidade do dente pràticamente infinita*

Para esta hipótese a zona representada na rede restringe-se ao entreferro e cavas.

Fizeram-se ensaios correspondentes a correntes a diversos níveis da cava. Seja τ a distância da camada ao fundo da cava, tomando como unidade a altura da cava. Os ensaios efectuados referiam-se a correntes nas camadas definidas pelos seguintes valores de τ: 0,05; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 0,9875.

Utilizou-se uma resistência $R_0 = 2000\ \Omega$ (fig. 104) de valor igual ao dobro da resistência plana unitária (1) (1 000 Ω).

Para cada uma das hipóteses consideradas mediu-se o potencial nos nós da rede, determinando-se, por interpolação, os pontos correspondentes a valores arbitrados de potencial. Unindo

(1) Correspondente à permeabilidade do vácuo.

esses pontos obtiveram-se as equipotenciais representadas nas figs. 105, 106, 107, 108, 109 e 110, em que as equipotenciais são referenciadas pela correspondente leitura no potenciómetro (0 a 10^4).

Qualitativamente os resultados obtidos são fàcilmente justificáveis. As linhas de força do campo magnético (equipotenciais do modelo) afastam-se tanto mais da ortogonalidade ao eixo da cava quanto mais próximas do entreferro. A ortogonalidade é razoàvelmente aproximada excepto na vizinhança do entreferro.

Para verificação da legitimidade de ter suposto que os eixos das cavas vizinhas daquelas em que se encontravam as correntes coincidia com linhas de força do campo magnético, representou-se na rede de resistências a hipótose limite de simetria, impondo que o eixo de um dente e o eixo da cava coincidissem com linhas de força, tendo-se obtido o campo representado na fig. 111. Este campo coincide muito aproximadamente, na zona da cava que representa, com os campos rspresentados nas nas figs. 105 a 110 (e com o representado na fig. 97), o que confirma a legitimidade da hipótese feita.

Sejam dois pontos P_1 e P_2 do modelo, de potenciais $V'(Q_1)$ e $V'(Q_2)$ tomando como unitária a tensão entre os terminais extremos do potenciómetro (nas condições experimentais atrás descritas), e sejam :

Φ_{12} o fluxo em maxwell do tubo de força do vector indução magnética definido por P_1 e P_2 e por dois planos ortogonais ao eixo da máquina e à distância l, em centímetro;

f_m o fluxo do vector densidade de corrente, em ampere, na camada de corrente associada ao campo magnético, na metade da cava representada no modelo;

l a extensão do campo perpendicularmente à secção representada no modelo, em centímetro.

Seja ainda

249) $$V(Q) = V'(Q) - 0{,}1000 .$$

Tem-se

250) $$\frac{\Phi_{12}}{f_m \cdot l} = 8\pi\,[(V'(Q_1) - V'(Q_2)] = 8\pi\,[V(Q_1) - V(Q_2)] .$$

Fundamentalmente, para uma análise quantitativa, interessa conhecer o fluxo médio associado a uma camada definida por um valor τ_1 de τ, fluxo esse associado a correntes numa camada definida por um valor τ_2 de τ, para quaisquer valores de τ compreendidos entre 0 e 1.

Esse problema reduz-se à determinação do valor médio $V_m(\tau_1, \tau_2)$ do potencial numa camada definida por $\tau = \tau_1$, sendo esse potencial associado a correntes na camada definida por $\tau = \tau_2$.

Para a determinação deste valor médio utilizaram-se os valores obtidos nos ensaios para os potenciais nos nós da rede, com factor de ponderação 50 % no nó imediatamente vizinho do dente, para ter em conta a espessura de isolamento entre os condutores e o dente.

Os valores de $V_m(\tau_1, \tau_2)$ assim calculados foram marcados num diagrama, de coordenadas τ_1, τ_2, determinando-se por interpolação as curvas correspondentes a um mesmo valor de $V_m(\tau_1, \tau_2)$ (fig. 112).

A partir, por exemplo, deste diagrama, e tendo em conta as restantes condições da máquina, é fácil calcular a distribuição de correntes na cava, e, conhecida esta, a distribuição resultante do fluxo, e portanto as reactâncias associadas ao fluxo nas cavas.

Deve notar-se que o método experimental utilizado é igualmente aplicável à hipótese de se não admitir a uniformidade da distribuição de correntes em secções ortogonais ao eixo, permitindo até determinar essa distribuição. Há, apenas, que considerar, em cada um dos ensaios experimentais,

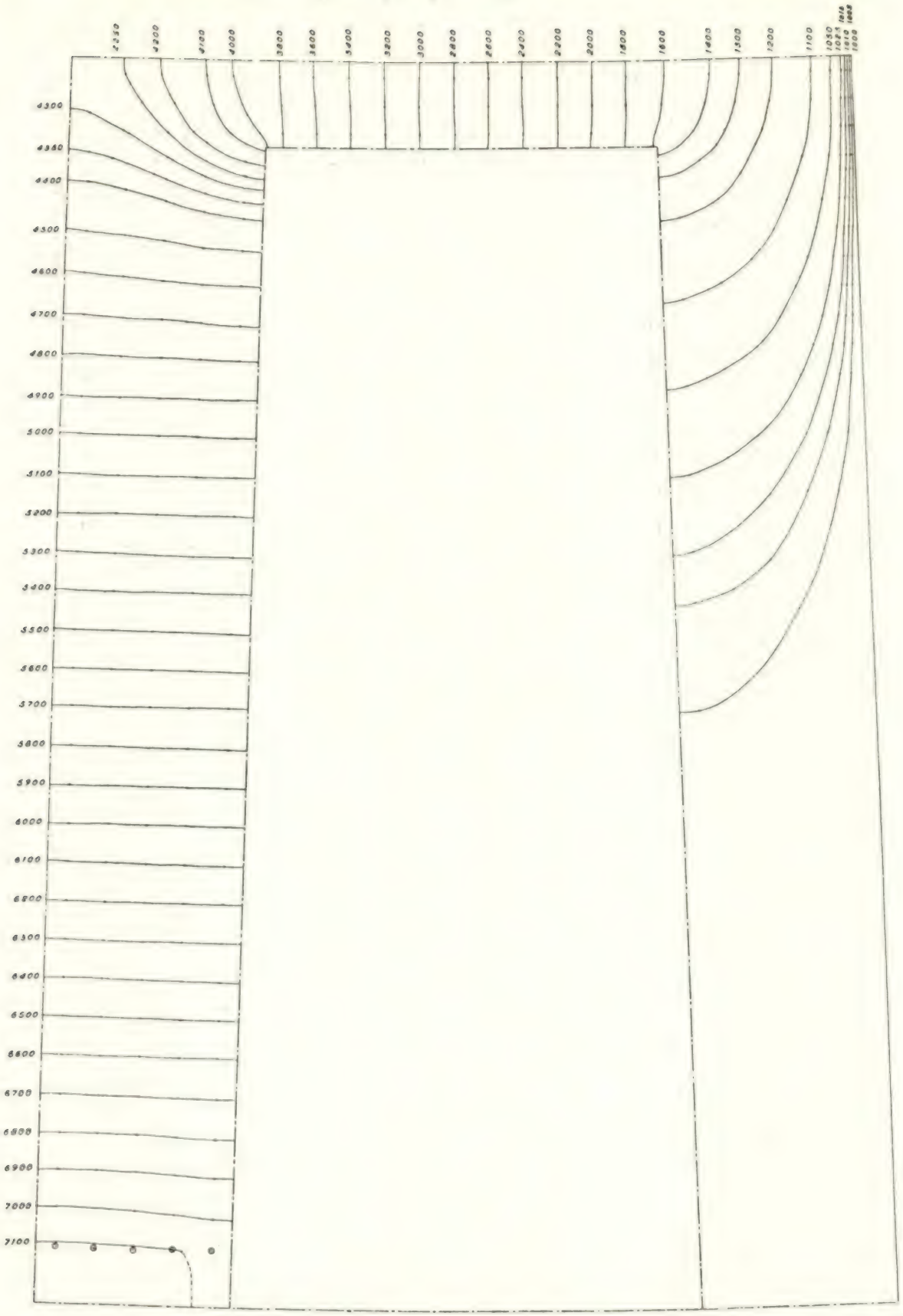


Fig. 105

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

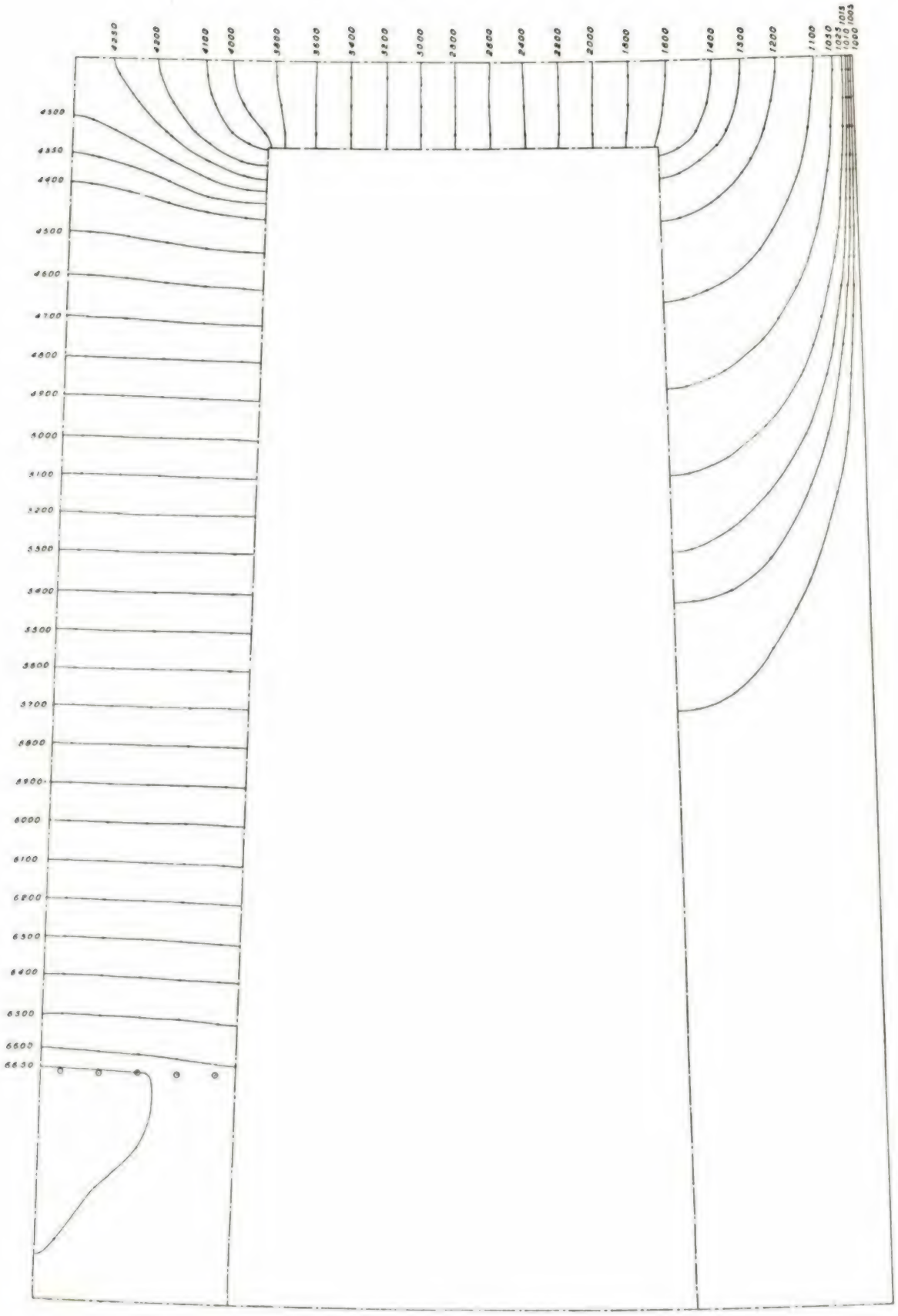


Fig. 106

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

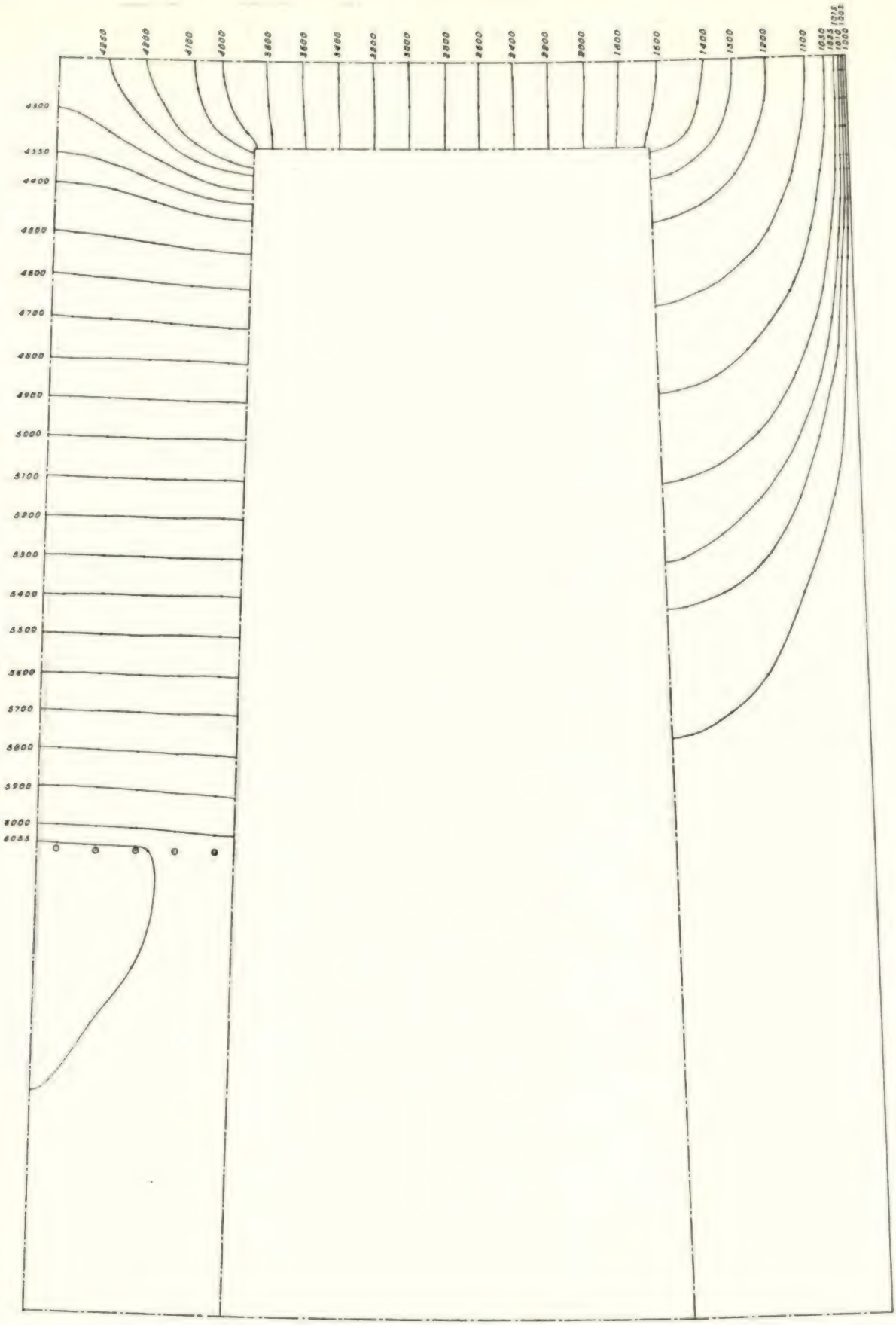


Fig. 107

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

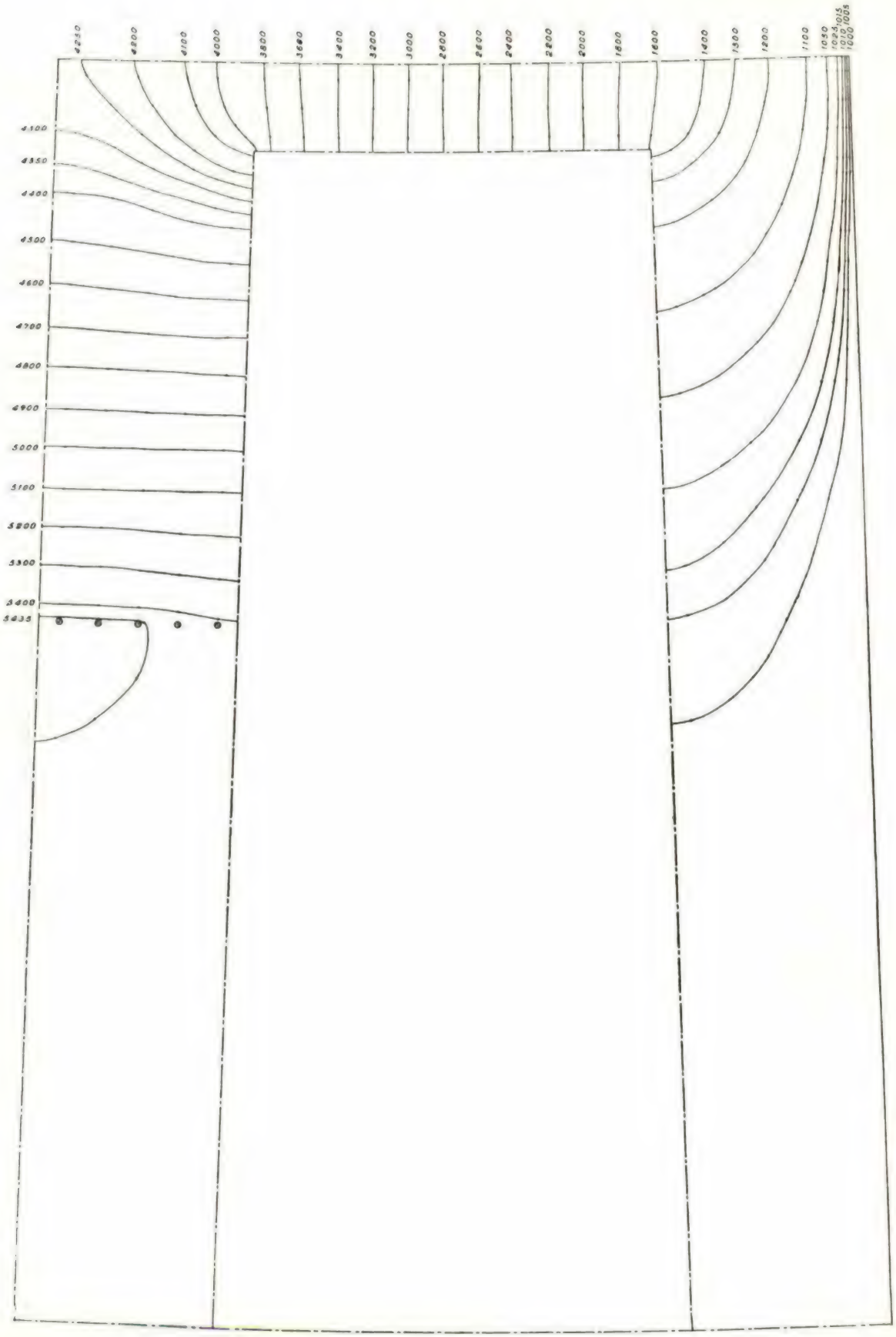


Fig. 108

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

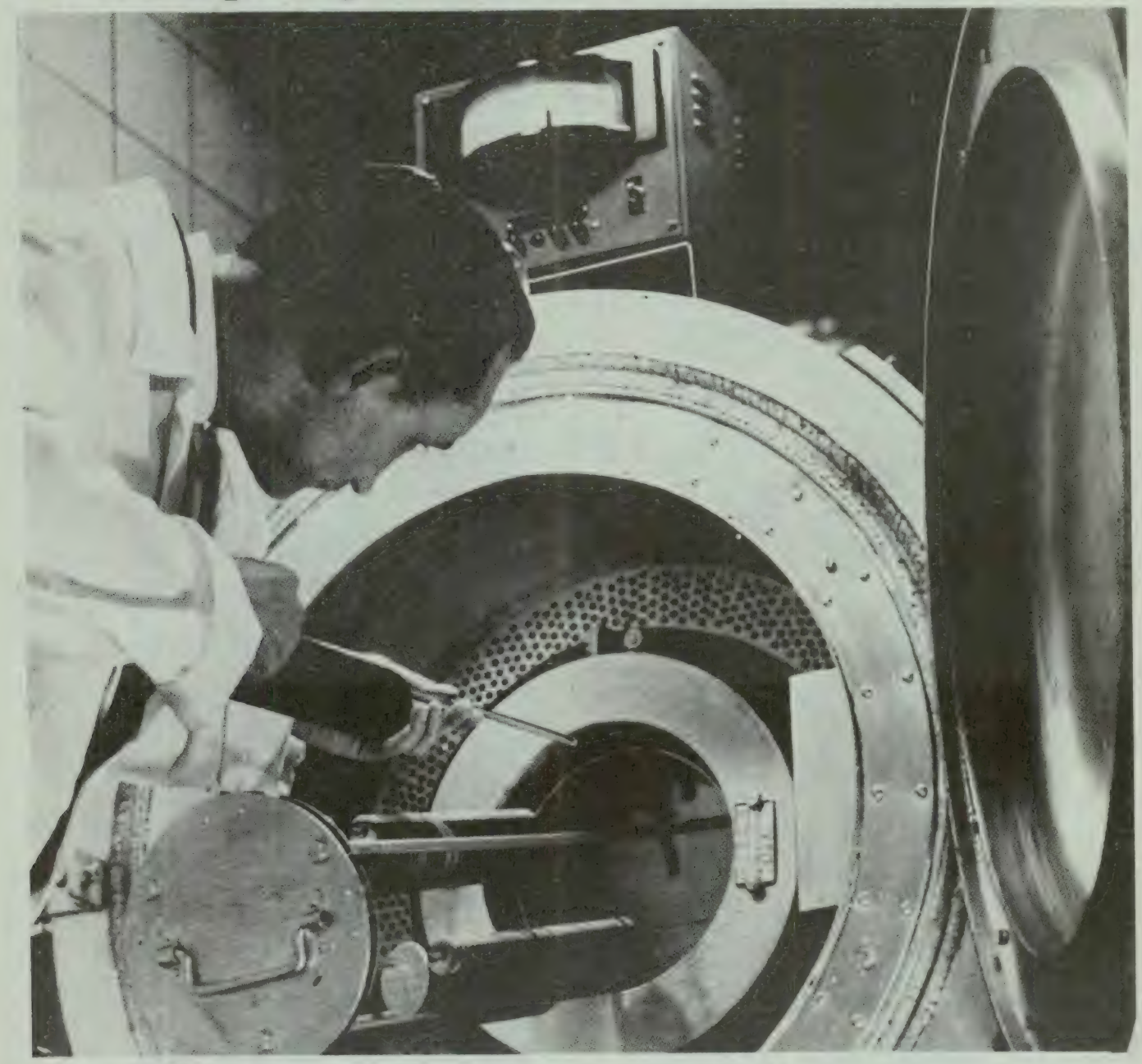
® Perbunan N - resistente ao calor e ao envelhecimento

Artigos de borracha feitos da borracha butadieno-acrilnitrílica Perbunan N, da Bayer, são muito resistentes ao calor e ao envelhecimento, resistem muito bem ao ataque de óleos, gorduras e gasolina, e são também resistentes ao desgaste.

Os nossos tipos de Perbunan N são excelentemente apropriados para a fabricação de artigos técnicos moldados, resistentes aos óleos e à gasolina, especialmente para solas e tacões resistentes ao desgaste, assim como para cintas de travões, para rolos, borracha de carimbos e telas de cauchu, resistentes aos óleos, para correias trapezoidais, correias transportadoras, tecidos gomados, bainhas para cabos eléctricos e mangueiras, especialmente mangueiras de gasolina.

Produtos de alta qualidade exigem um controle permanente. O Perbunan N é controlado continuamente para **garantir uma alta qualidade sempre igual do material.**

PERBUNAN N a Borracha Nitrílica da BAYER



Representante em Portugal:

S.A.R.L. QUIMICOR

Lisboa: Rua Sociedade Farmacêutica, 3
Tel. 555496 e 555893

Porto: Rua de Santos Pousada, 441
Tel. 54141

perbunan n

1863 BAYER 1963

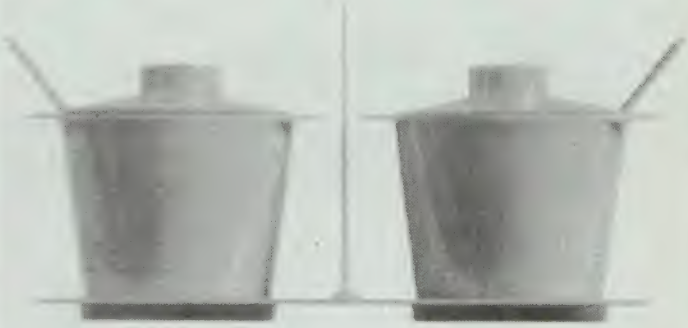
MAKROLON - o Policarbonato da BAYER Qualidade e beleza de formas

Três propriedades, a de ser inquebrável, a insipidez absoluta e a de ser indeformável em água fervente, são a razão porque, hoje em dia, se fabricam de Makrolon, o policarbonato da Bayer, objectos de utilidade doméstica, de toda a espécie e em grande número. As peças moldadas deste termoplástico são resistentes a altas temperaturas - até 135° C. - e repelem os corantes. As substâncias corantes contidas no café, no chá, nos sumos das frutas e até mesmo nos «batons» não aderem ao Makrolon.

Em todo o mundo se empregam os «biberons» de Makrolon. Louças de qualidade, moldadas de Makrolon aliam o belo ao útil.

Na Feira dos Plásticos em Duesseldorf, de 12 a 20 de Outubro de 1963, damos uma visão da nossa capacidade de produção. Pode falar connosco sobre plásticos, no Pavilhão E/rés-do-chão, assim como no stande ao ar livre, em frente do Pavilhão E. No Pavilhão F 1 damos informações sobre borracha sintética. Teremos muito prazer em receber a sua visita, que gostosamente aguardamos.

2676



S.A.R.L. QUIMICOR, Representante em Portugal
Lisboa: Rua Sociedade Farmacêutica, 3, Tel. 42194
Porto: Rua de Santos Pousada, 441, Tel. 54141

makrolon® 1863 BAYER 1963

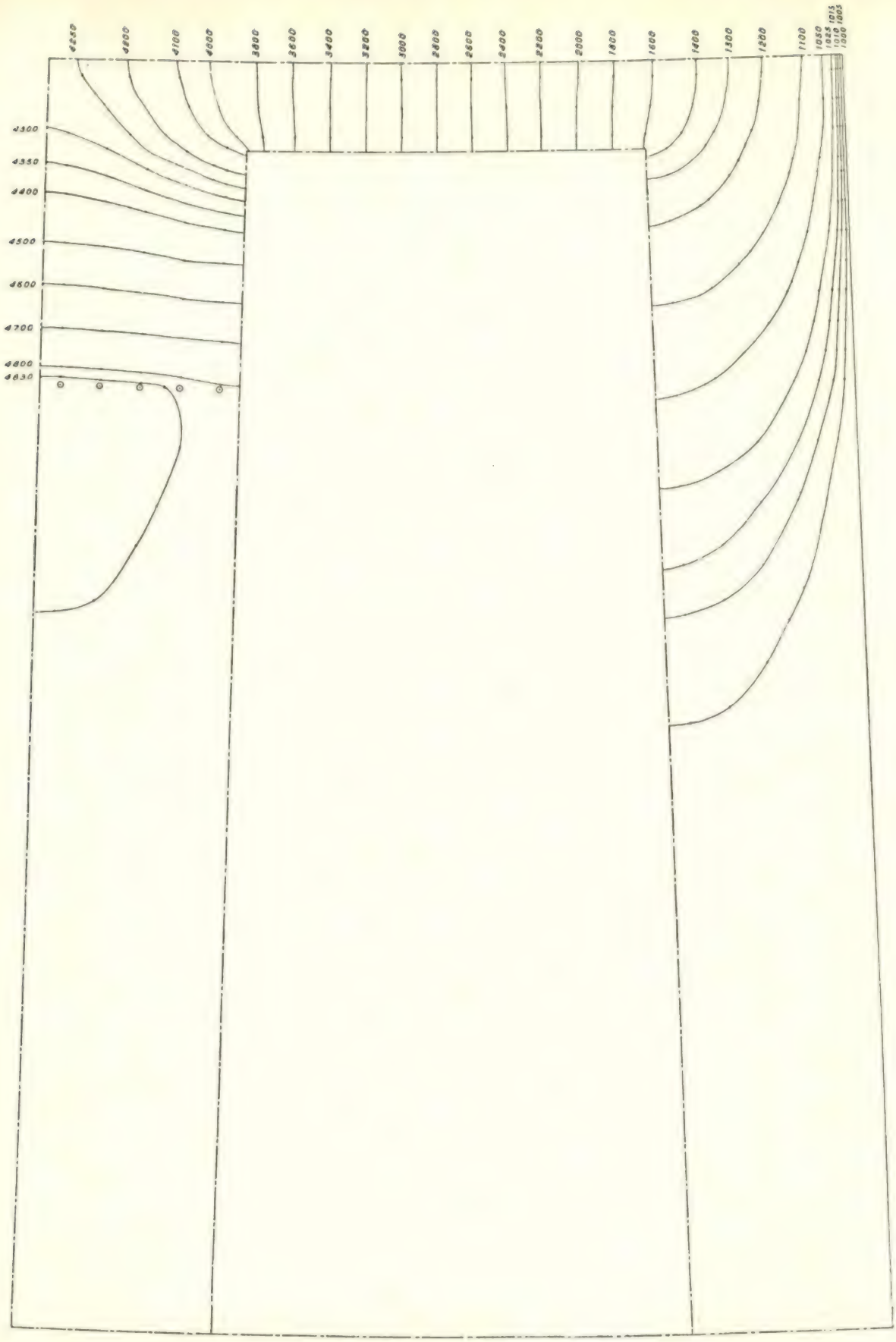


Fig. 109

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

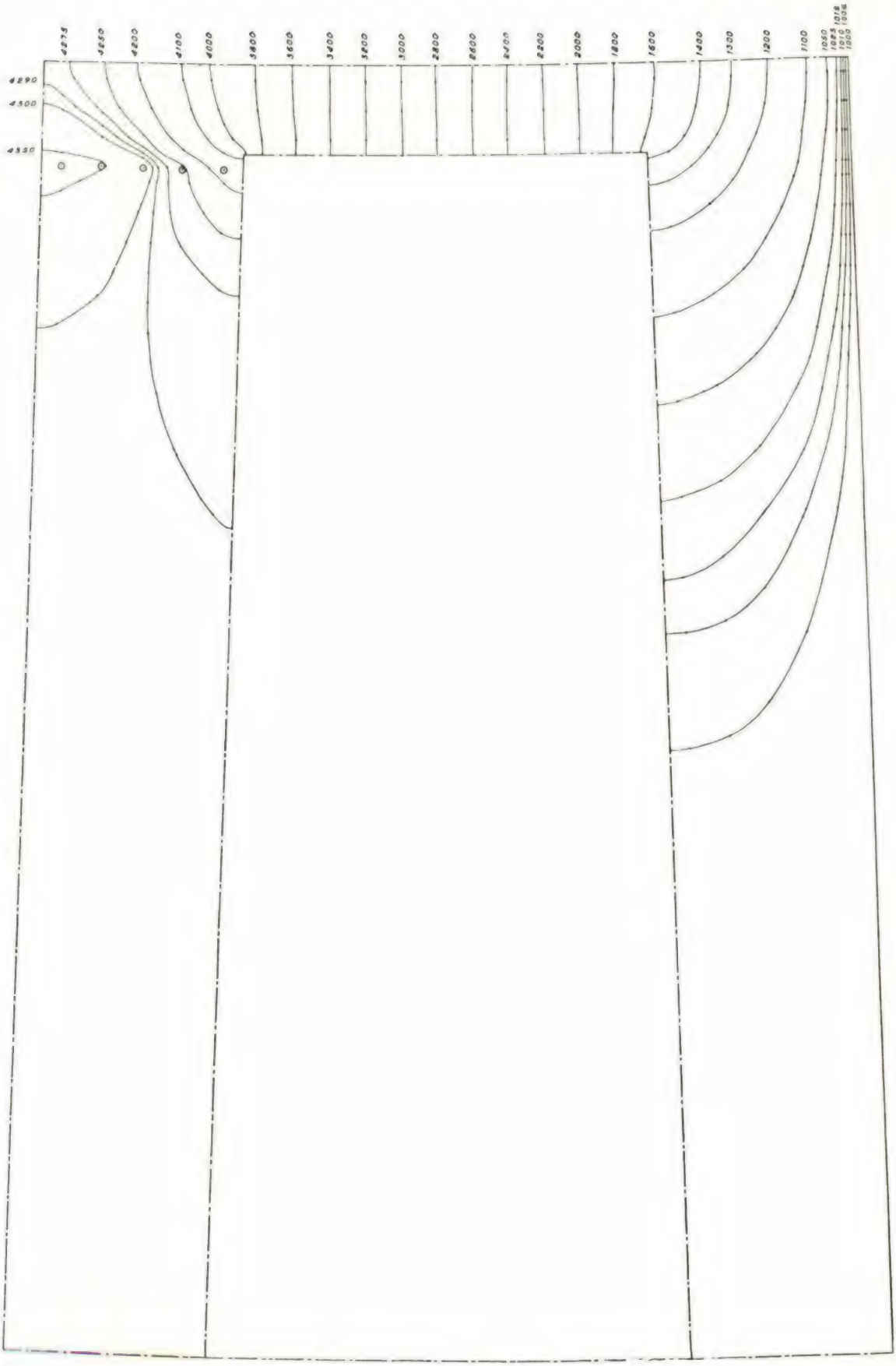


Fig. 110

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

TÉCNICA
728

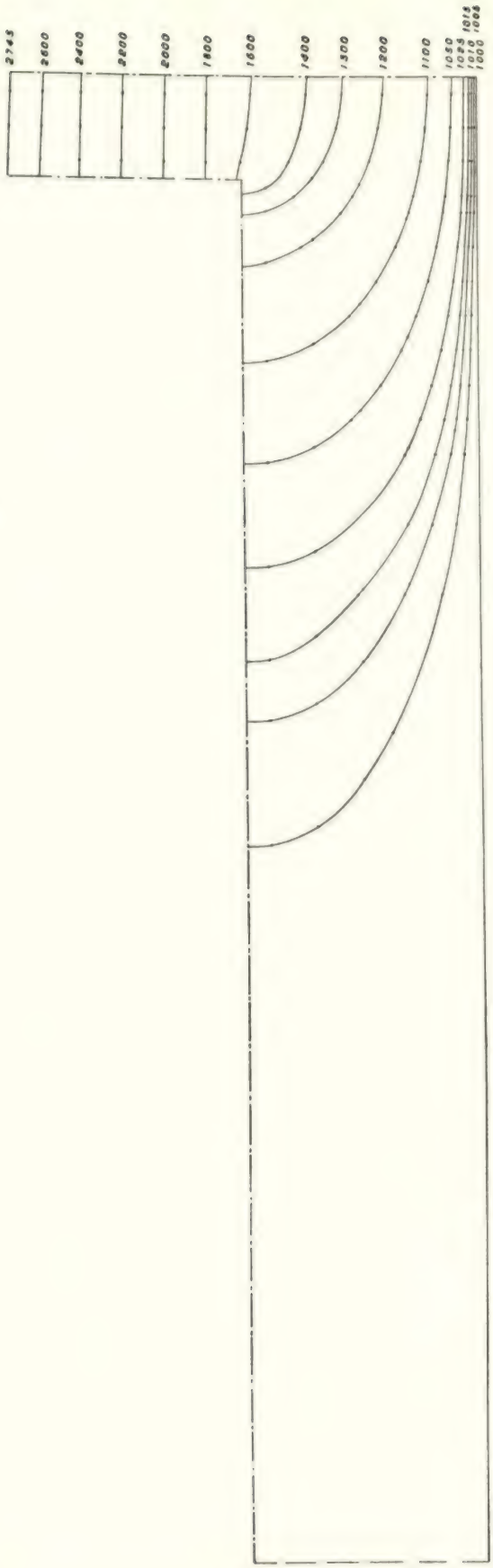

2745
2600
2400
2200
2000
1800
1600
1400
1300
1200
1100
1050
1025
1015
1010
1005
1000

Fig. 111

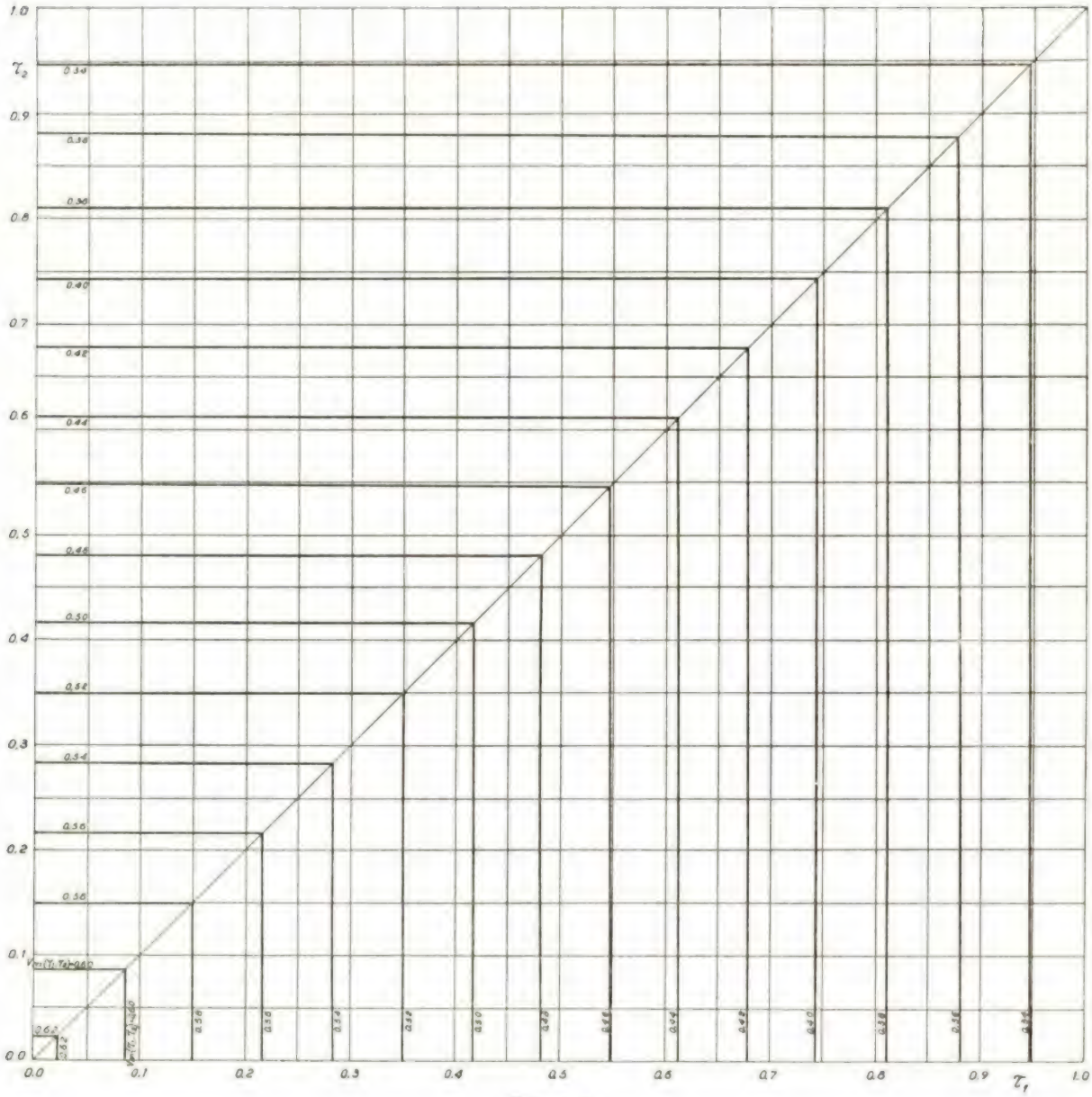


Fig. 112

em vez de uma distribuição de correntes numa camada ortogonal ao eixo, uma corrente num ponto definido por τ e pela sua distância ξ ao eixo. O ponto (filete ortogonal ao plano considerado) a que se refere o fluxo (ou V), e o ponto correspondente às correntes associadas ao campo, são definidos por τ e pela sua distância ao eixo da cava.

Os resultados dos ensaios experimentais permitem uma melhor aproximação que a correspondente a considerar apenas $V_m(\tau_1, \tau_2)$, considerando fluxos associados a distribuições uniformes de correntes, mas definindo os pontos a que se refere o fluxo pelas coordenadas τ e ξ. Pode-se, assim, estabelecer uma «melhor» aproximação para a distribuição de correntes, correspondente à calculada «a partir» de uma distribuição uniforme de correntes em secções ortogonais ao eixo. Como é óbvio trata-se de uma correcção de segunda ordem em relação à não uniformidade de corrente ao longo do eixo.

5.3.3 — *Dente fortemente saturado*

Como atrás se disse, o campo na vizinhança das correntes a ele associadas, na hipótese de saturação do ferro, foi considerado como uma perturbação ao campo associado às restantes corren-

tes na máquina, admitindo que, para efeitos desta perturbação, o ferro se comporta como um meio anisótropo de permeabilidade, na direcção do campo não perturbado, μ_i, e em direcções ortogonais, μ.

Houve assim que obter prèviamente as condições correspondentes ao campo não perturbado, para o que se estudou, pelo método descrito no Cap. II em 3.1, uma distribuição do campo, correspondente a uma indução na base de dente da ordem de 21 280 gauss.

A partir da distribuição assim obtida, ficou-se a conhecer a distribuição de permeabilidades no campo não perturbado e bem assim a direcção do campo.

Verificou-se não haver êrro sensível em considerar para direcções principais do tensor permeabilidade correspondente à perturbação as direcções radial e tangencial.

A partir da distribuição de permeabilidades obtida, calculou-se a distribuição de permeabilidades diferenciais a partir da relação entre a permeabilidade e a permeabilidade diferencial traduzida pela curva da fig. 113.

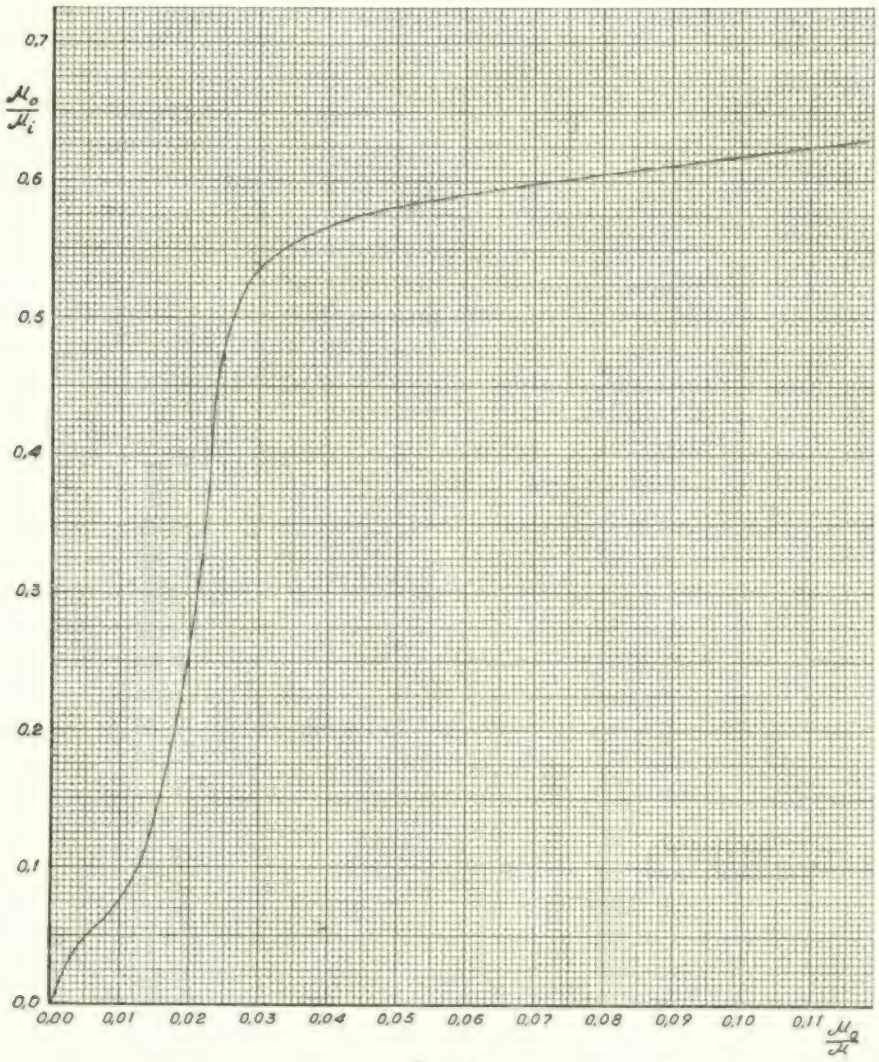


Fig. 113

Calcularam-se as resistências do modelo, em analogia inversa (pelo método indicado no Cap. I, em 1 e 2), correspondendo as resistências radiais à permeabilidade μ (resistividade proporcional ao inverso da permeabilidade) e as resistências tangenciais à permeabilidade diferencial μ_i.

No gráfico da fig. 114 indica-se a variação da permeabilidade μ e da permeabilidade diferencial μ_i, em média, ao longo do eixo.

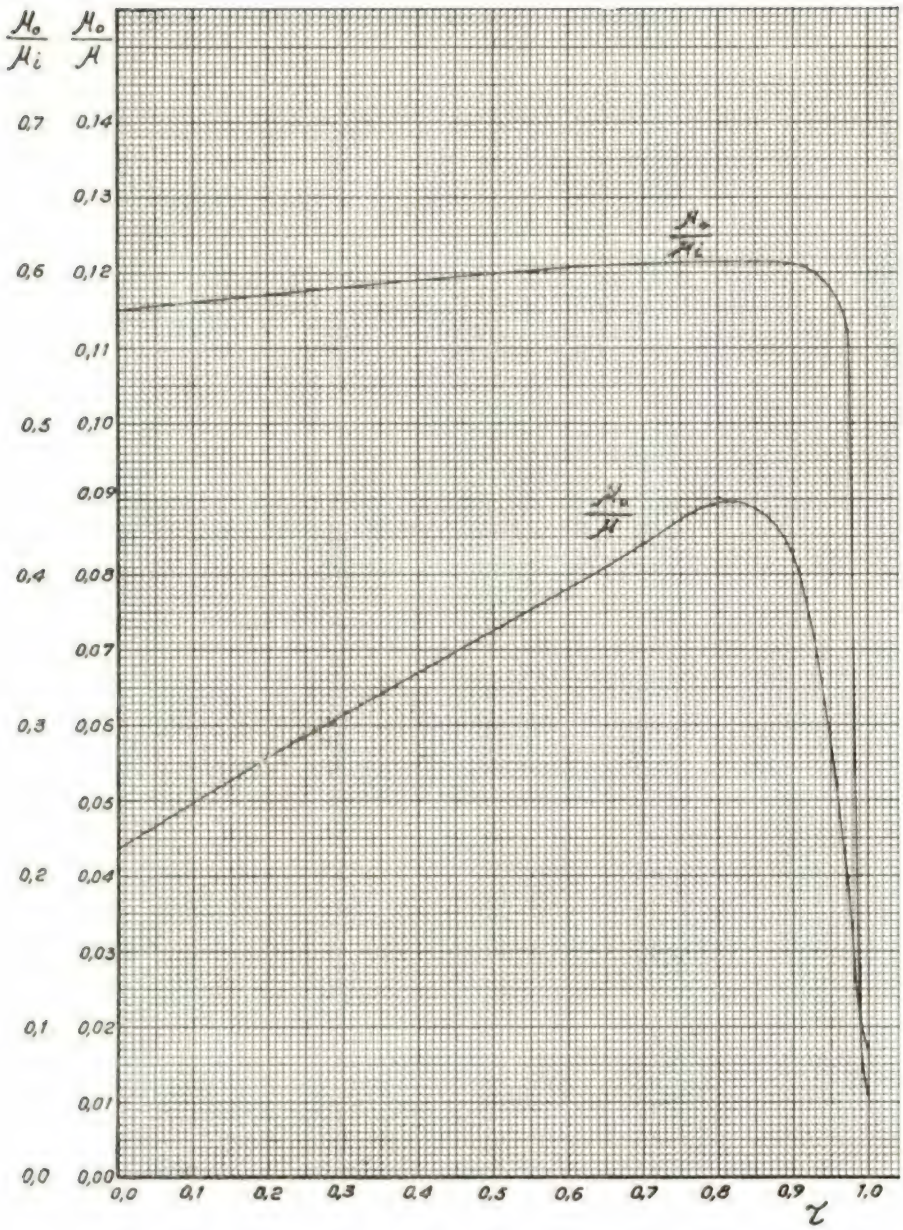


Fig. 114

Procedeu-se então ao estudo do campo associado a correntes na cava em camadas ortogonais ao eixo, pelo método atrás descrito, tomando para R_0 (fig. 104) o valor 500 Ω, igual a metade da resistividade tomada para unitária (1), tendo-se feito ensaios para correntes correspondentes aos mesmos valores de τ que na hipótese de permeabilidade do dente infinita. Os resultados obtidos são representados nas figs. 115, 116, 117, 118, 119 e 120.

Qualitativamente, estes resultados têm uma interpretação fácil. É notória, no entanto, a diferença entre este campo e o campo na hipótese de não haver saturação.

Para verificação da legitimidade de admitir que o eixo das cavas vizinhas aquela em que se encontram as correntes coincide com uma linha de força do campo magnético, fez-se o estudo do

(1) Correspondente à permeabilidade do vácuo.

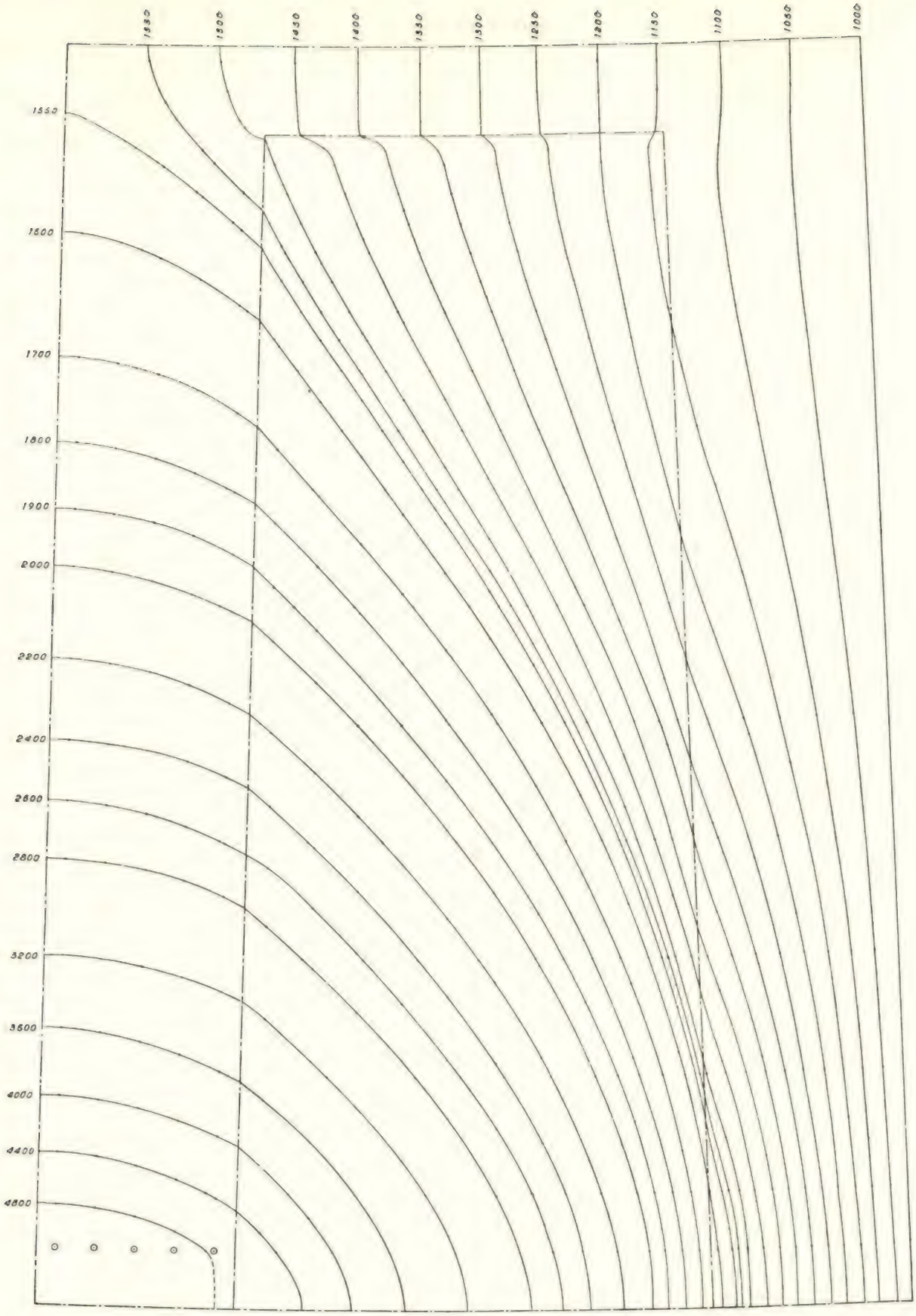


Fig. 115

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

TÉCNICA

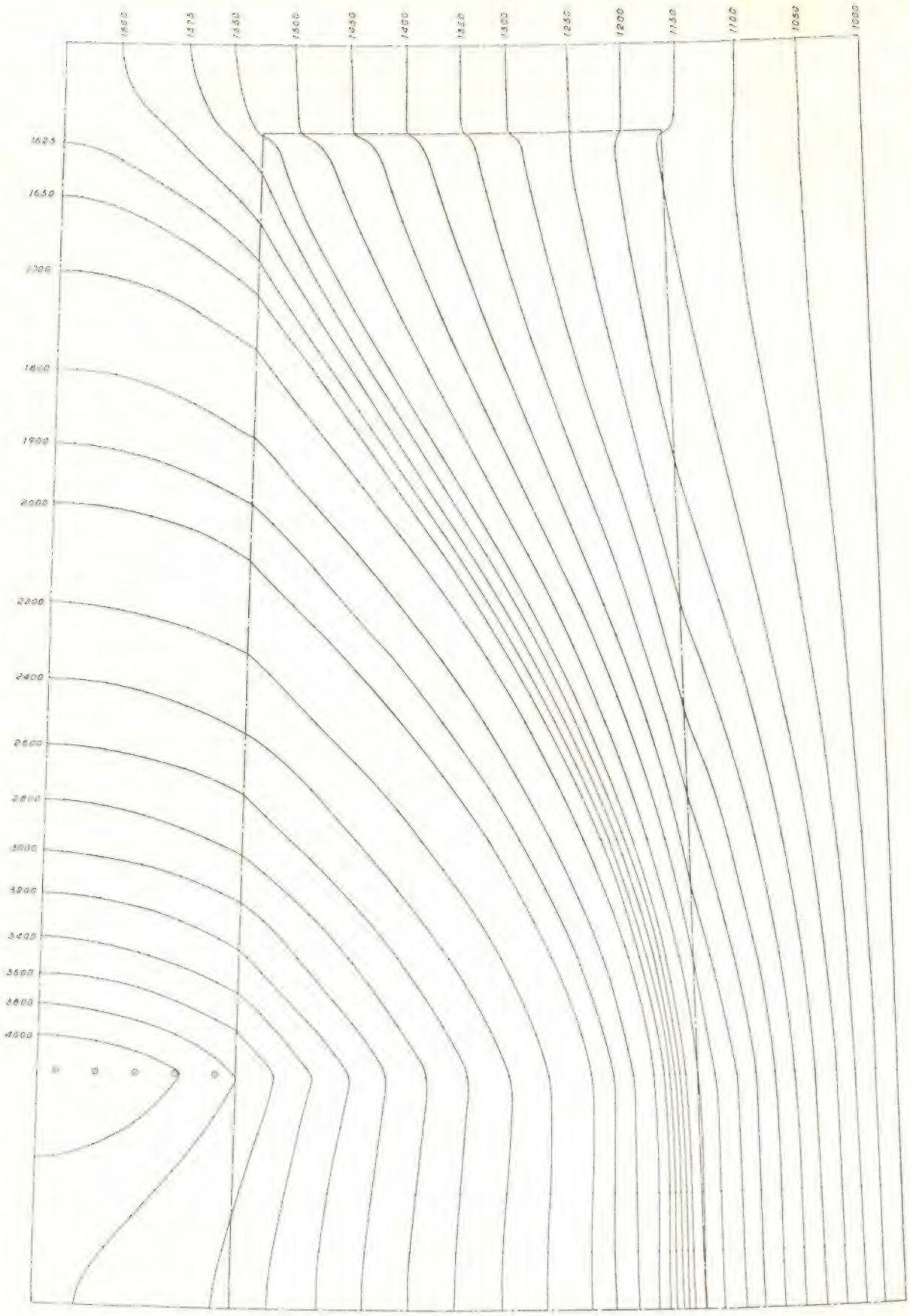


Fig. 116

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

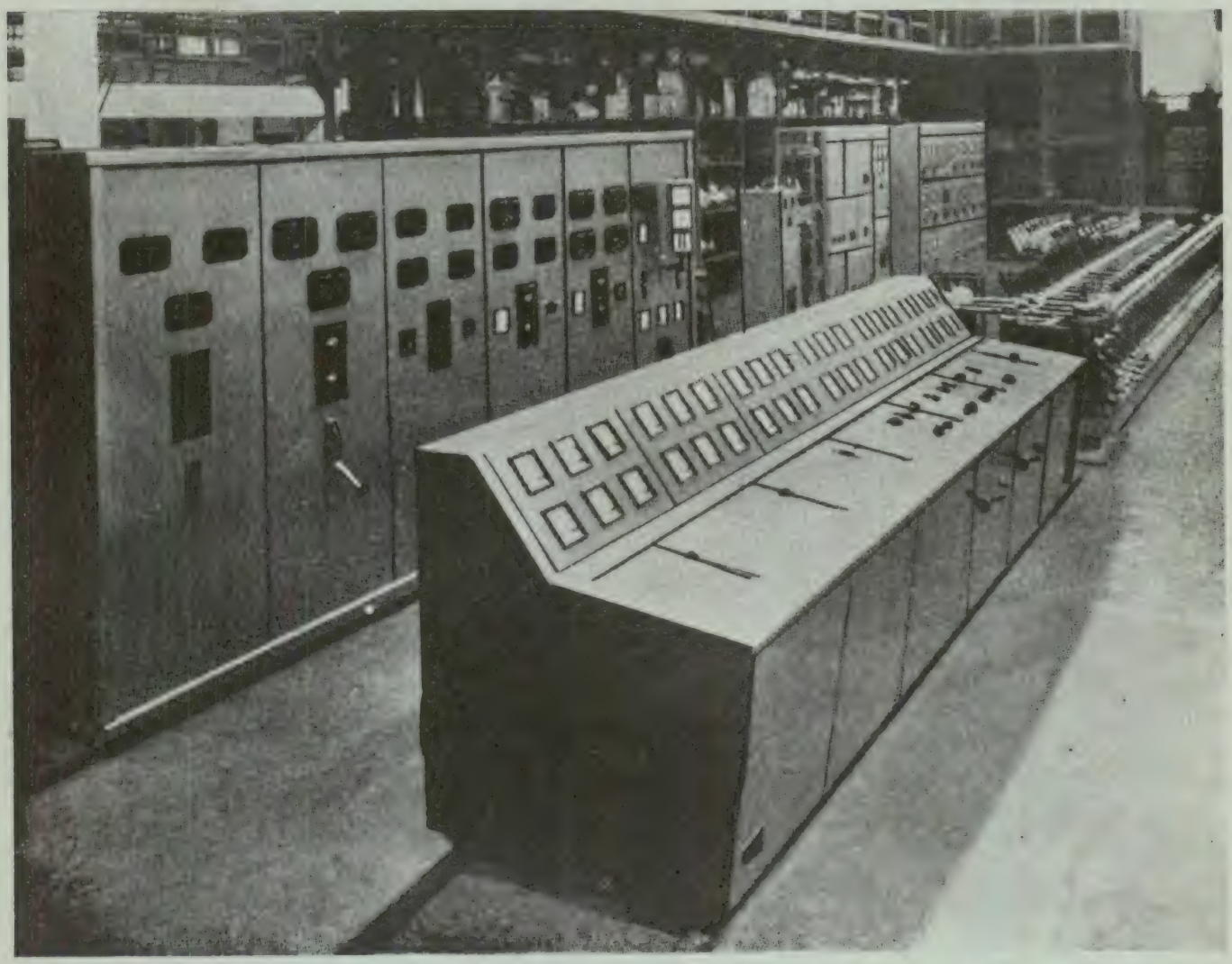
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743

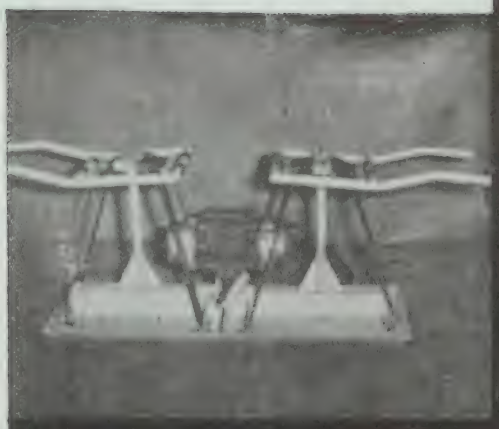


Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

publivasc

vibração do betão



vibradores externos e internos

réguas vibrantes equipamentos vibrantes
para superficies

energia electrica, peneumatica e gasolina

alta frequência e meia frequência

representante sociedade comercial romar ltda
rua da boavista, 83, 1.º d
lisboa

urbar
ingenieros

san sebastián
av generalísimo, 6
espanha

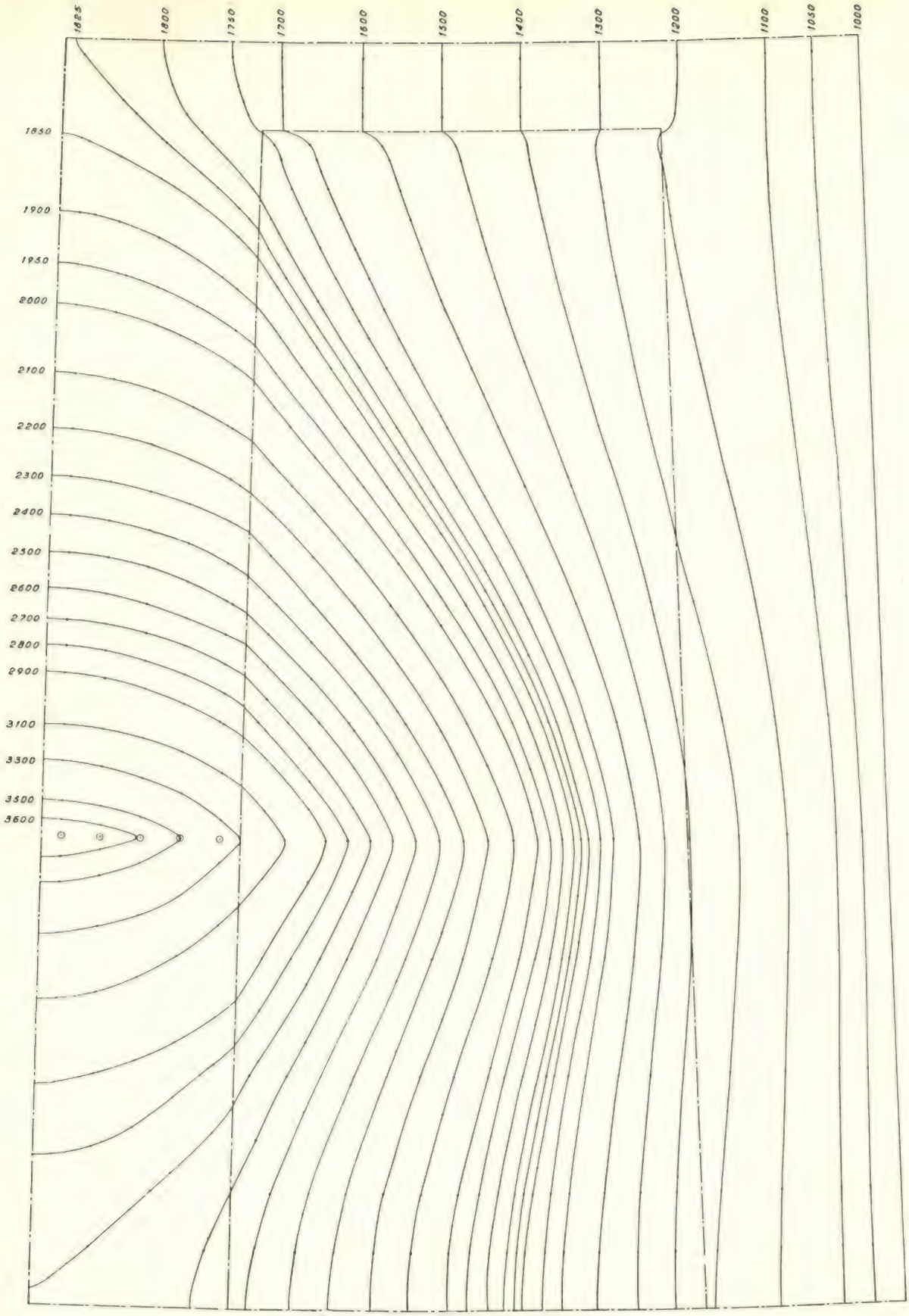


Fig. 117

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo

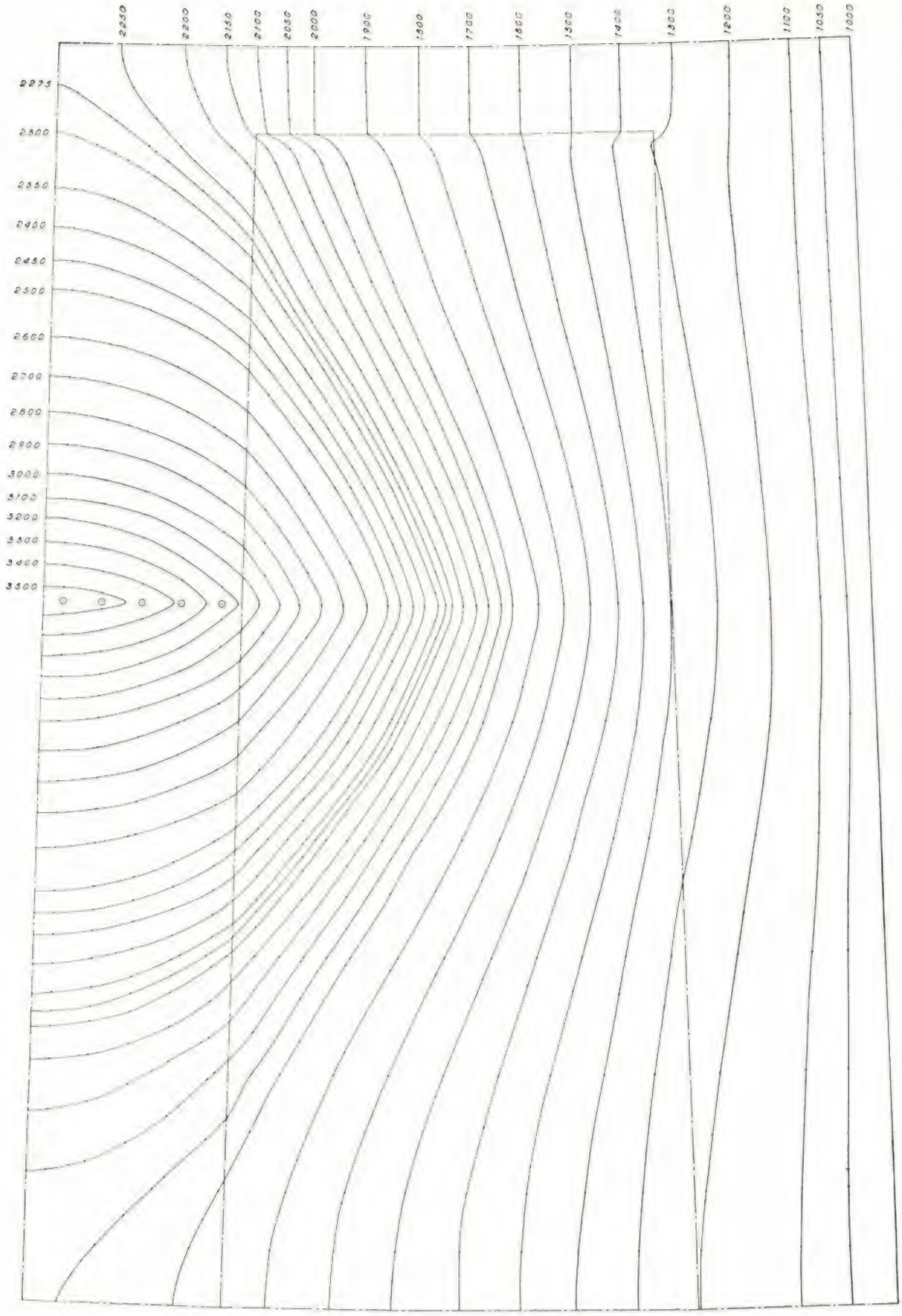


Fig. 118

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

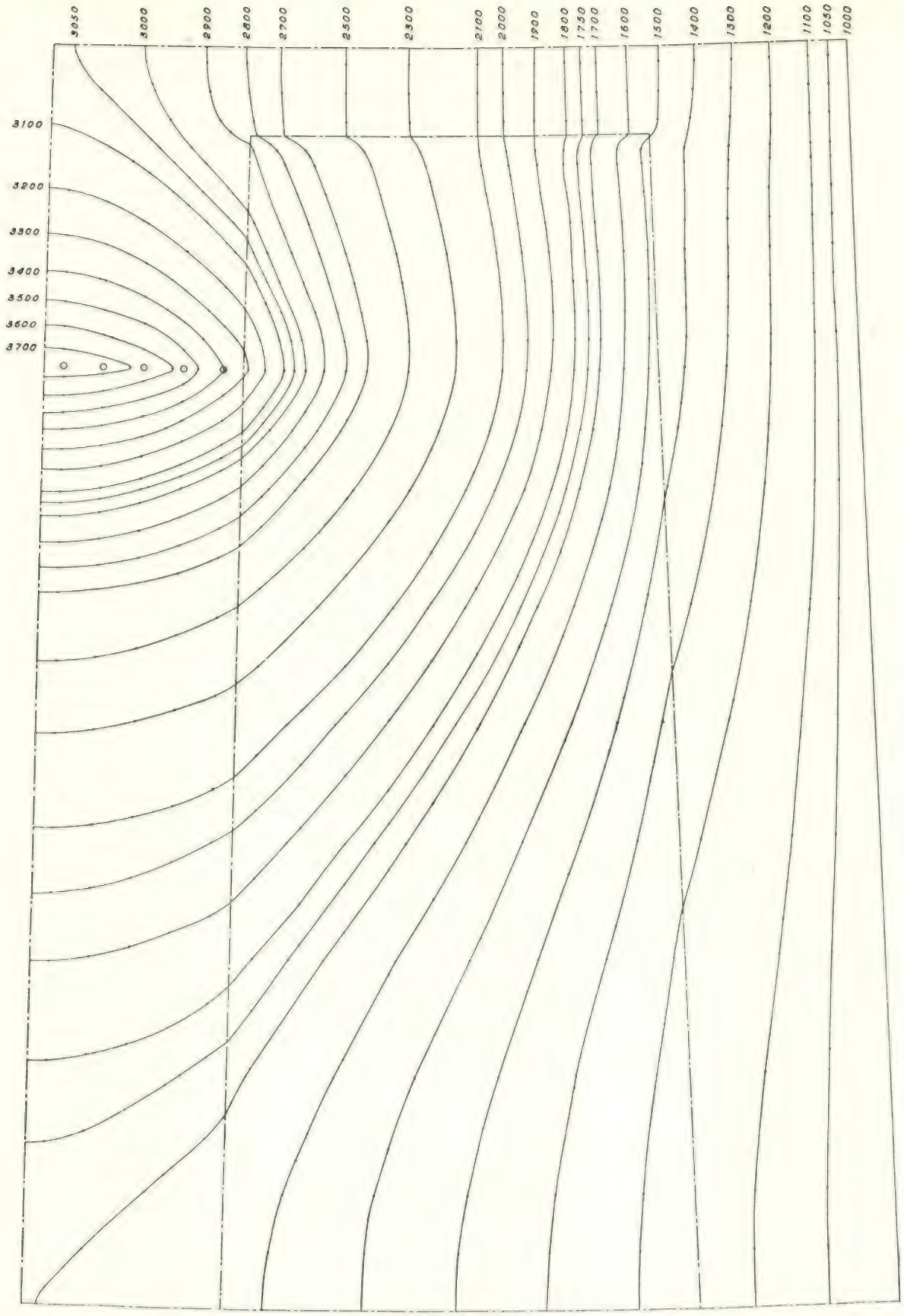


Fig. 119

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

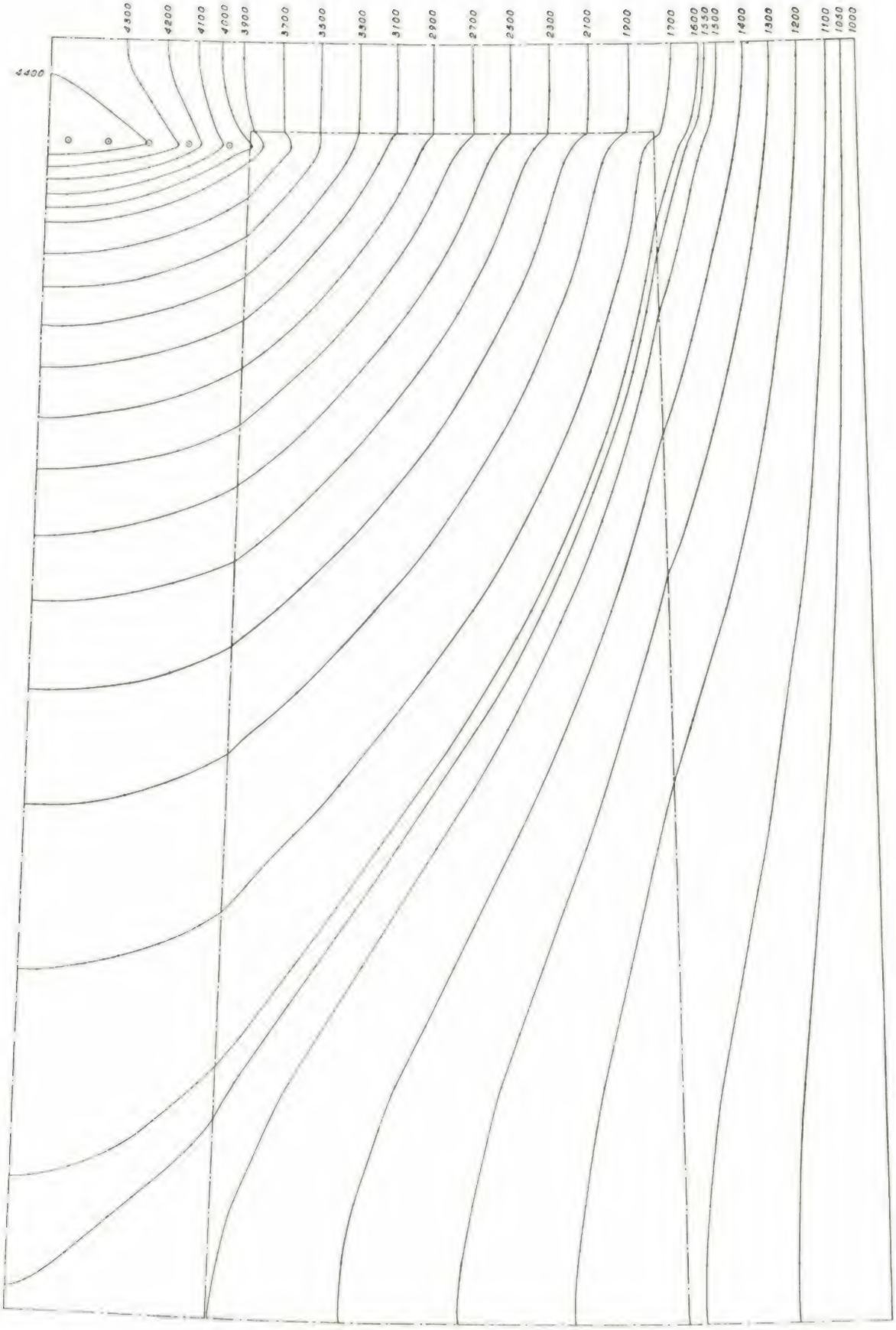


Fig. 120

⊙ — Nós em que as correntes foram introduzidas no modelo.

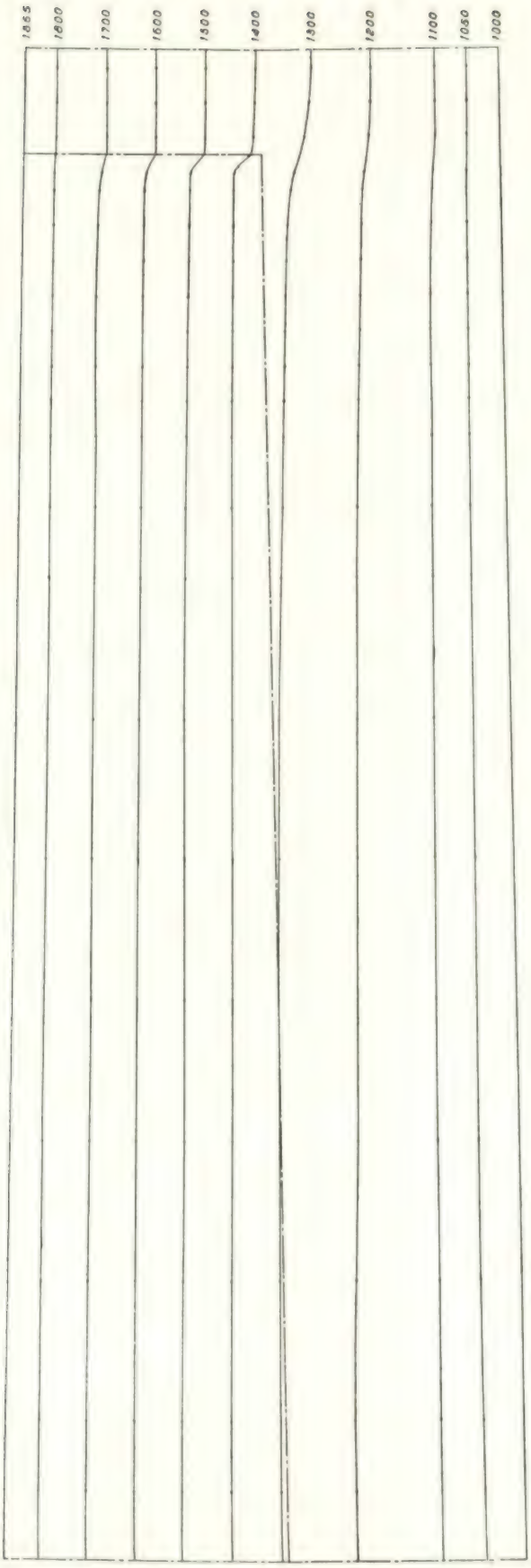


Fig. 121

campo «de perturbação» na hipótese de simetria, nas mesmas condições de saturação, impondo que o eixo de um dente e o eixo da cava vizinha coincidissem com linhas de força, tendo-se obtido o campo representado na fig. 121. Da comparação desta figura com as figs. 115 a 120 ressalta a razoável legitimidade da hipótese feita.

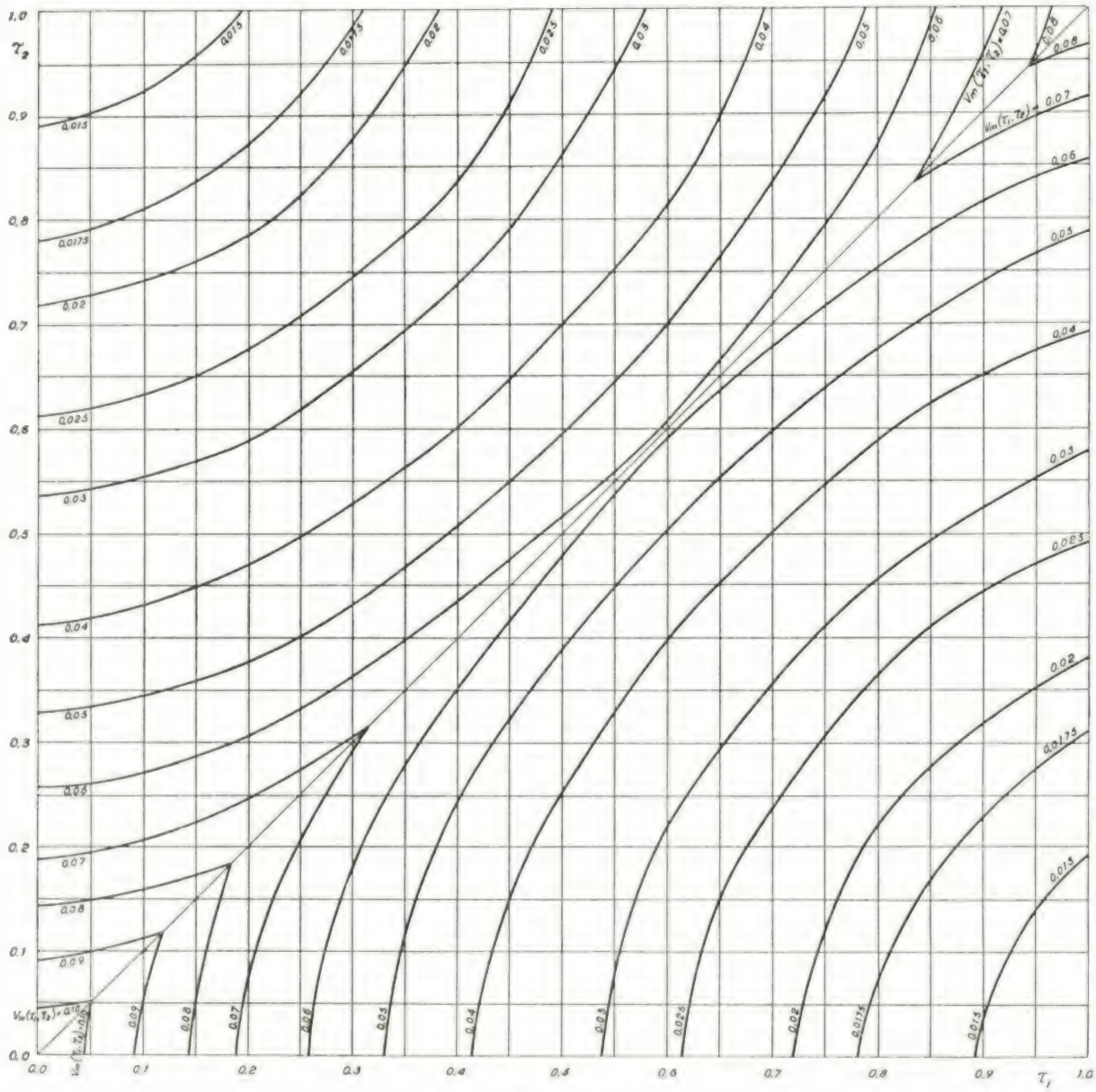


Fig. 122

Tem-se, com notação idêntica à definida em 5.3.2, sendo V'' (Q) o potencial de um ponto do modelo (tomando como unitária a tensão entre os terminais extremos do potenciómetro),

$$251)\qquad \frac{\Phi_{12}}{f_m \cdot l} = 2\pi\left[\,V''(Q_1) - V''(Q_2)\,\right] = 8\pi\left[\,V(Q_1) - V(Q_2)\,\right],$$

sendo

$$252)\qquad V(Q) = \frac{1}{4}\left[\,V''(Q) - 0{,}1000\,\right].$$

Também por processo análogo ao descrito em 5.3.2 obteve-se a função V_m (τ_1, τ_2) representada no diagrama da fig. 122.

É interessante a simetria do diagrama obtido em relação à recta de equação

$$253) \quad \tau_1 = \tau_2 \, .$$

Essa simetria corresponde à igualdade dos coeficientes de indução mútua entre dois circuitos, em regime linear, e está implícita na representação por intermédio de uma rede de resistências merecendo ser analisada com algum detalhe.

Considere-se uma rede de resistências (elementos lineares) em corrente contínua (em regime estacionário) com m nós distintos (ligados por resistências não nulas) e referenciados por números de ordem 0, 1, 2, ... m − 1 .

Considere-se um desses nós, referenciado pelo número de ordem 0, em relação ao qual sejam referidos os potenciais dos restantes.

Seja i_α a corrente introduzida no nó genérico α, de potencial V_α. Seja $R_{\beta\gamma}$ a resistência que liga dois nós genéricos β e γ.

A relação entre as correntes i_α e as tensões V_α pode ser expressa pelo seguinte sistema de equações lineares :

$$254) \quad \begin{cases} i_1 = C_{11} V_1 + C_{12} V_2 + \ldots + C_{1(m-1)} V_{m-1} \\ i_2 = C_{12} V_1 + C_{22} V_2 + \ldots + C_{2(m-1)} V_{m-1} \\ \qquad \ldots \\ i_\alpha = C_{\alpha_1} V_1 + C_{\alpha_2} V_2 + \ldots + C_{\alpha(m-1)} V_{m-1} \\ \qquad \ldots \\ i_{m-1} = C_{(m-1)} V_1 + C_2 V_2 + \ldots + C_{(m-1)(m-1)} V_{m-1} \\ i_o = -(i_1 + i_2 + \ldots + i + \ldots + i_{m-1}) \\ V_o = 0 \end{cases}$$

ou

$$254' \quad \begin{cases} i_\alpha = \sum_{\beta=1}^{m-1} C_{\alpha\beta} V_\beta \\ i_o = -\sum_{\alpha=}^{m-1} i_\alpha \\ V_o = 0 \end{cases}$$

Para calcular os coeficientes $C_{\alpha\beta}$ consideremos um valor particular de β, arbitrário e admitamos a hipótese de ser

$$255) \quad V_{\alpha=\beta} = 1$$

$$256) \quad V_{\alpha\neq\beta} = 0 \, .$$

Tem-se

$$257)\qquad i_{\alpha=\beta}=C_{\alpha\alpha}=\sum_{\gamma}\frac{1}{R_{\alpha\gamma}}$$

$$258)\qquad i_{\alpha\neq\beta}=\underset{\alpha\neq\beta}{C_{\alpha\beta}}=-\frac{1}{R_{\alpha\beta}}\ .$$

Tem-se, portanto, que

$$259)\qquad C_{\alpha\beta}=C_{\beta\alpha}\ .$$

Consideremos a matriz dos elementos $C_{\alpha\beta}$ e o determinante correspondente Δ (simétrico). Seja $\Delta_{\alpha\beta}$ o produto por $(-1)^{\alpha+\beta}$ do menor de primeira classe desse determinante relativo ao elemento $C_{\alpha\beta}$.

Tem-se

$$260)\qquad V_\beta=\frac{\sum_{\alpha=1}^{m-1}\Delta_{\alpha\beta}\ i_\alpha}{\Delta}\ ,$$

relação que se pode pôr sob a forma

$$260')\qquad V_\beta=\sum_{\alpha=1}^{m=1}D_{\alpha\beta}\ i_\alpha\ ,$$

sendo

$$261)\qquad D_{\alpha\beta}=\frac{\Delta_{\alpha\beta}}{\Delta}=D_{\beta\alpha}\ .$$

Sejam dois conjuntos de nós (não compreendendo o nó 0), um de elementos $p_1, \ldots, p_q, \ldots, p_r$, e outro de elementos $s_1, \ldots, s_t, \ldots, s_u$. Sejam $k_{p_1}, \ldots, k_{p_q}, \ldots, k_{p_r}, \ldots, k_{s_1}, \ldots, k_{s_t}, \ldots, k_{s_u}$, parâmetros constantes.

Tem-se

$$262)\qquad \sum_q k_{p_q}\sum_t k_{s_t}\ D_{p_q s_t}=\sum_t k_{s_t}\sum_q k_{p_q}\ D_{s_t p_q}\ .$$

Esta igualdade traduz, em analogia inversa, a condição de igualdade dos coeficientes de indução mútua (1) entre dois circuitos, um correspondente a condutores ropresentados nos nós p e outro a condutores representados nos nós s, sendo o número de condutores de qualquer dos circuitos figurado nos diversos nós em geral diferente (proporcional aos coeficientes k). Os fluxos a que se referem estes coeficientes de indução consideram-se definidos em relacão ao mesmo nó 0.

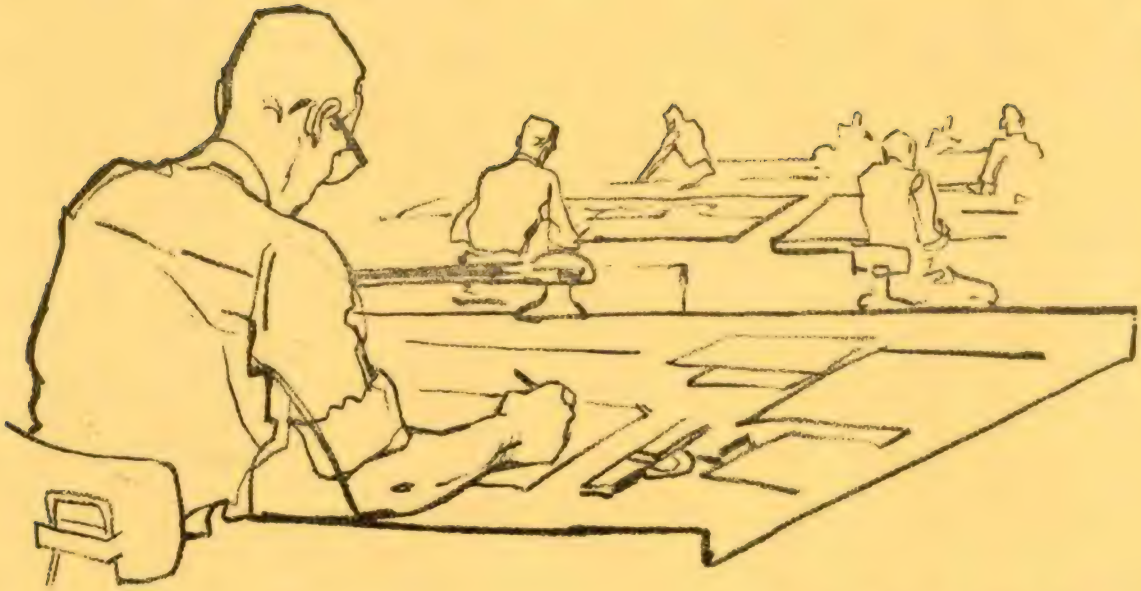
5.3.4 — *Comparação dos resultados obtidos nas hipóteses de não saturação e de saturação do ferro*

Para comparar os resultados obtidos nas hipóteses de não saturação e de saturação do ferro, calculou-se, a partir dos valores experimentais, a função

$$263)\qquad \frac{\Phi}{f_{mt}\ .\ l}=f\ (\tau)\ ,$$

(1) Um fluxo do vector indução magnética através dum dado percurso é representado por uma circulação do campo eléctrico através do mesmo percurso no campo eléctrico análogo inverso.

APA



CATERPILLAR* + S.T.E.T.

O BINÓMIO MAIS VANTAJOSO PARA QUALQUER PROBLEMA DE

MOVIMENTAÇÃO DE TERRAS

CATERPILLAR* O fabricante mais especializado, em todo o mundo, de tractores de rasto e de rodas, pás mecânicas de rasto e rodas (traxcavators*), motoniveladoras, moto-scrapers, escarificadores, "bulldozers", motores industriais e marítimos, grupos electrogéneos.

S.T.E.T.

SOCIEDADE TECNICA DE EQUIPAMENTOS E TRACTORES, S.A.R.L.

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO EM PORTUGAL CONTINENTAL, ILHAS ADJACENTES, CABO VERDE E GUINÉ

ASSISTÊNCIA — REPARAÇÕES — PEÇAS GENUÍNAS

PRIOR VELHO — SACAVÉM
TELEF.: 251 0001/4 — TELEG.: «STETRA» — APARTADO 1351
LISBOA

*«CATERPILLAR» E «TRAXCAVATOR» SÃO MARCAS REGISTADAS DE CATERPILLAR TRACTOR CO. — PEORIA, ILLINOIS — E. U. A.

TODO UM CAMINHO PERCORRIDO NA PROCURA DA MELHOR REALIZAÇÃO DO TRABALHO — DA MANEIRA MAIS EFICIENTE, MAIS ECONÓMICA E MAIS LUCRATIVA — PARA UMA MELHOR SATISFAÇÃO DAS NECESSIDADES HUMANAS.

ACTUALMENTE, EM QUALQUER TRABALHO DE

cerâmicas, minas e pedreiras,

A PALAVRA DA ORDEM É

CATERPILLAR*

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO:

S.T.E.T.

SOCIEDADE TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS E TRACTORES, S.A.R.L.
PRIOR VELHO — SACAVÉM
TELEF. 251 0001/4 — TELEG. «STETRA» — APARTADO 1351 — LISBOA

* «CATERPILLAR» E «TRAXCAVATOR» SÃO MARCAS REGISTADAS DE CATERPILLAR TRACTOR CO. — PEORIA, ILLINOIS — E. U. A.

sendo:

Φ o valor médio do fluxo do vector indução magnética entre o eixo da cava vizinha daquela em que se consideram as correntes e os pontos de uma secção da cava ortogonal ao eixo (secção essa definida pelo correspondente valor de τ), na hipótese de uma distribuição uniforme de correntes na zona da cava indicada a tracejado na fig. 123;

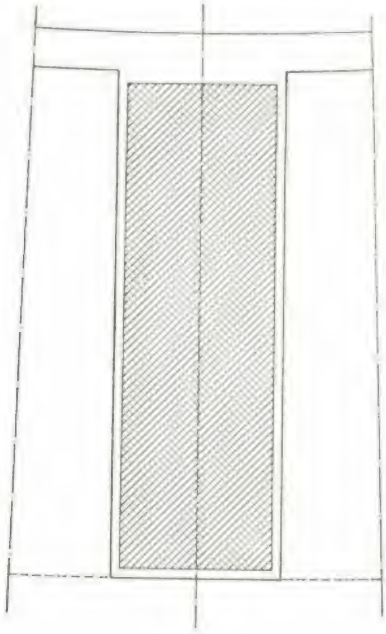


Fig. 123

f_{mt} a corrente total na cava associada ao campo magnético.

Obtiveram-se as funções representadas gràficamente na fig. 124.

Conclui-se, em primeiro lugar, destas curvas, a importantíssima influência da saturação no que respeita ao fluxo na vizinhança imediata das correntes (considerado como uma perturbação ao campo magnético associado a correntes afastadas do domínio em estudo).

Para as condições a que se referiam os ensaios efectuados tem-se que, por exemplo, na hipótese considerada de distribuição de correntes:

a) Os fluxos, definidos em relação aos eixos das cavas vizinhas, e relativos à zona da cava em que se encontram as correntes, nas duas hipóteses de saturação a que se referiam os ensaios, estão numa relação da ordem de 11 : 1

b) Os fluxos entre o fundo da cava e o entreferro estão numa relação da ordem de 15 : 1.

Estes resultados mostram que, na hipótese de saturação apreciável, não é admissível supor, para efeito dos fluxos na vizinhança das correntes, que o ferro se comporta como um meio de permeabilidade infinita.

A variação de fluxo ao longo da cava determina a distribuição de correntes ao longo da cava, a qual, na hipótese de se não usarem artifícios construtivos, é bastante diversa de uma distribuição uniforme. Nestas condições, na hipótese de saturação, o cálculo efectuado supondo a validade de considerar infinita a permeabilidade do ferro, conduz a resultados bastante pouco aproximados.

Os diversos problemas relacionados com a distribuição de fluxos na cava (cálculo da distribuição de correntes e das reactâncias) podem ser fàcilmente resolvidos a partir do conhecimento de $V(\tau_1, \tau_2)$, se necessário por aproximações sucessivas.

Experimentalmente determinou-se $V(\tau_1, \tau_2)$ apenas para dois estados de saturação.

Tendo em conta o andamento do campo (figs. 115 a 120), constitui, no entanto, aproximação

razoável (1), interpolar entre os valores obtidos nos dois ensaios, considerando para variável de interpolação o valor médio do inverso da permeabilidade diferencial ao longo do dente.

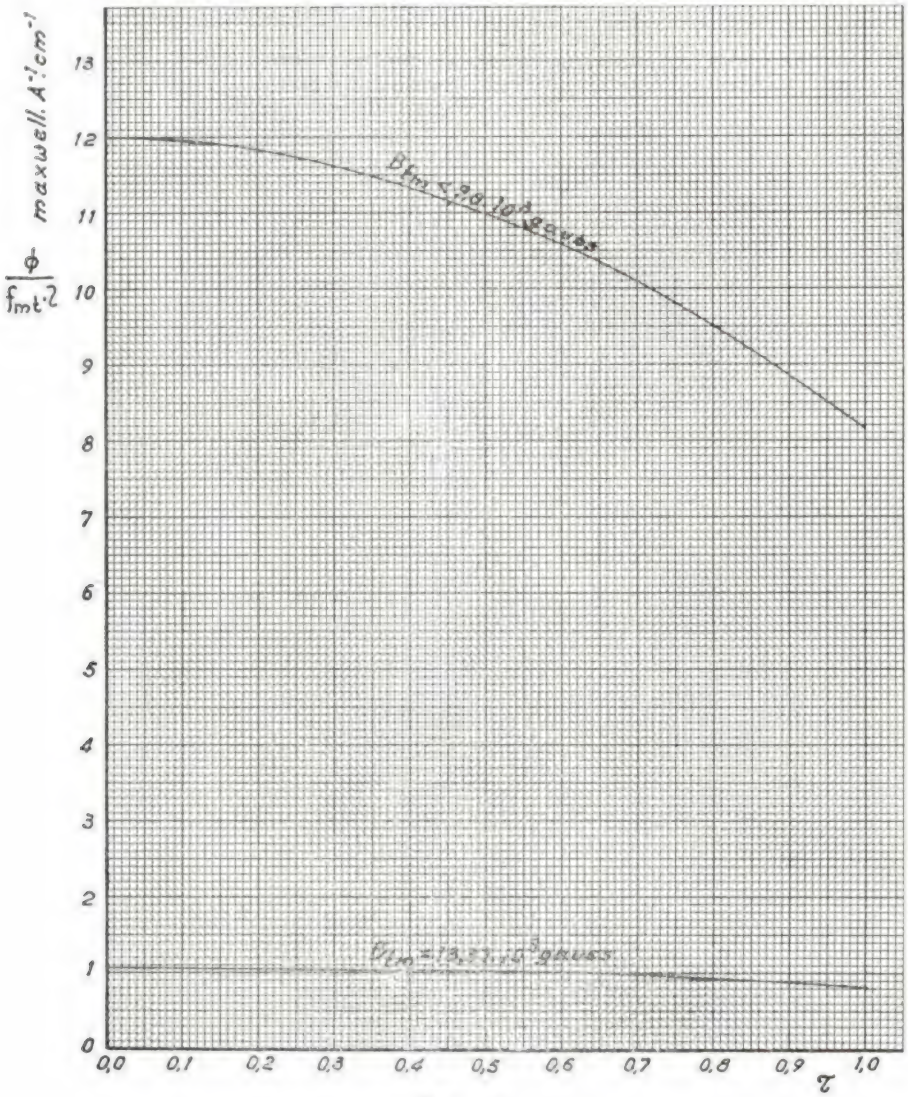


Fig. 124

Designando por $V_a(\tau_1, \tau_2)$, $V_b(\tau_1, \tau_2)$, $V_x(\tau_1, \tau_2)$ os valores de $V(\tau_1, \tau_2)$ respectivamente nas condições ensaiadas, sem e com saturação, e noutro qualquer estado, tem-se

$$264) \qquad V_x(\tau_1, \tau_2) = (1-\xi)\, V_a(\tau_1, \tau_2) + \xi\, V_b(\tau_1, \tau_2),$$

sendo ξ um parâmetro dependente do estado de saturação e proporcional ao valor médio do inverso da permeabilidade diferencial ao longo do dente.

Por forma a permitir utilizar com mais facilidade os resultados obtidos, indica-se o valor de ξ em função de B_{tm}, valor médio da componente radial do vector indução magnética do campo «não perturbado» (sem ter em conta as correntes na cava em estudo), ao nível do topo dos dentes (fig. 125).

(1) Pelo menos à falta de mais resultados experimentais.

Na fig. 126 representa-se, para diversos valores de B_{tm}, a função

$$265) \qquad \frac{\Phi}{f_{mt} \cdot l} = f(\tau),$$

na hipótese de uma distribuição uniforme de correntes na parte da cava indicada a tracejado na fig. 123.

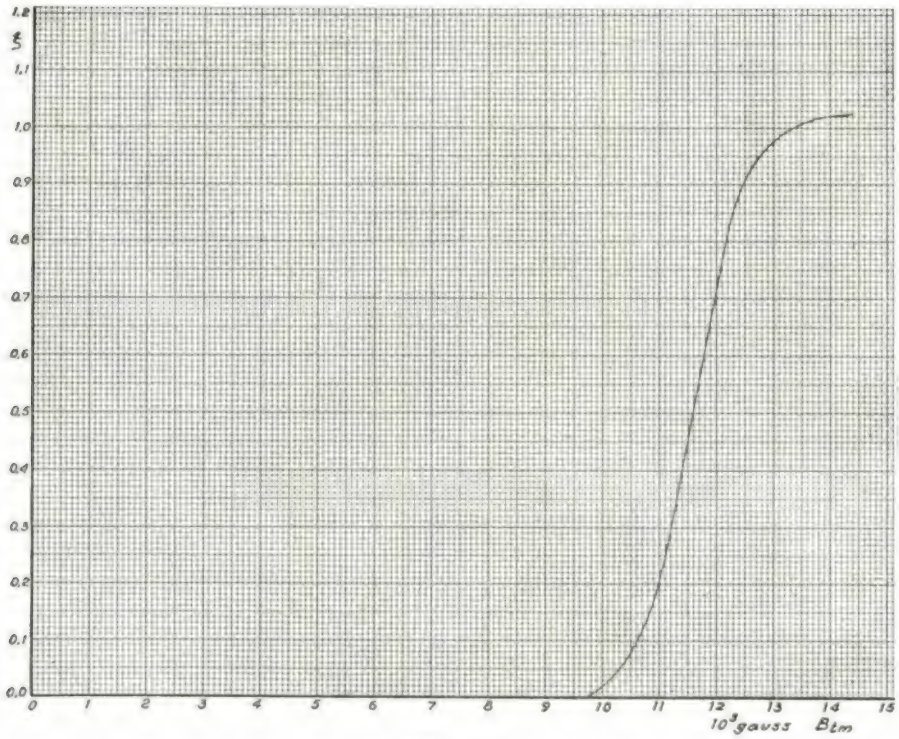


Fig. 125

6 Possibilidade de obtenção rápida de resultados experimentais

Os valores experimentais obtidos cobrem uma gama relativamente reduzida dos diversos parâmetros, podendo surgir deles a ideia da morosidade do método. Tal resultou, no entanto, da carência de meios experimentais. Na medida em que se disponha de equipamento experimental adequado, os ensaios podem tornar-se bastante mais rápidos, além de que, em estudos de carácter sistemático, é possível uma muito sensível diminuição do tempo necessário à obtenção dos valores mais importantes, com uma cuidada programação.

Vejamos um exemplo:

Na medida em que, no método experimental descrito em 5.3, interesse ùnicamente conhecer $V_m(\tau_1, \tau_2)$ com factores de ponderação conhecidos para os diversos nós correspondentes a τ_1, basta determinar o valor médio do potencial nos nós correspondentes a τ_1, não interessando os potenciais de cada nó.

Esse valor médio pode ser obtido com uma única leitura utilizando o esquema da fig. 127, em que 1,2, ..., i ,... são os nós da rede cujo potencial médio, com factores de ponderação conhecidos, se pretenda determinar, e R_1, ..., R_i, ..., são resistências auxiliares inversamente proporcionais aos factores de ponderação relativos aos nós a que são ligadas.

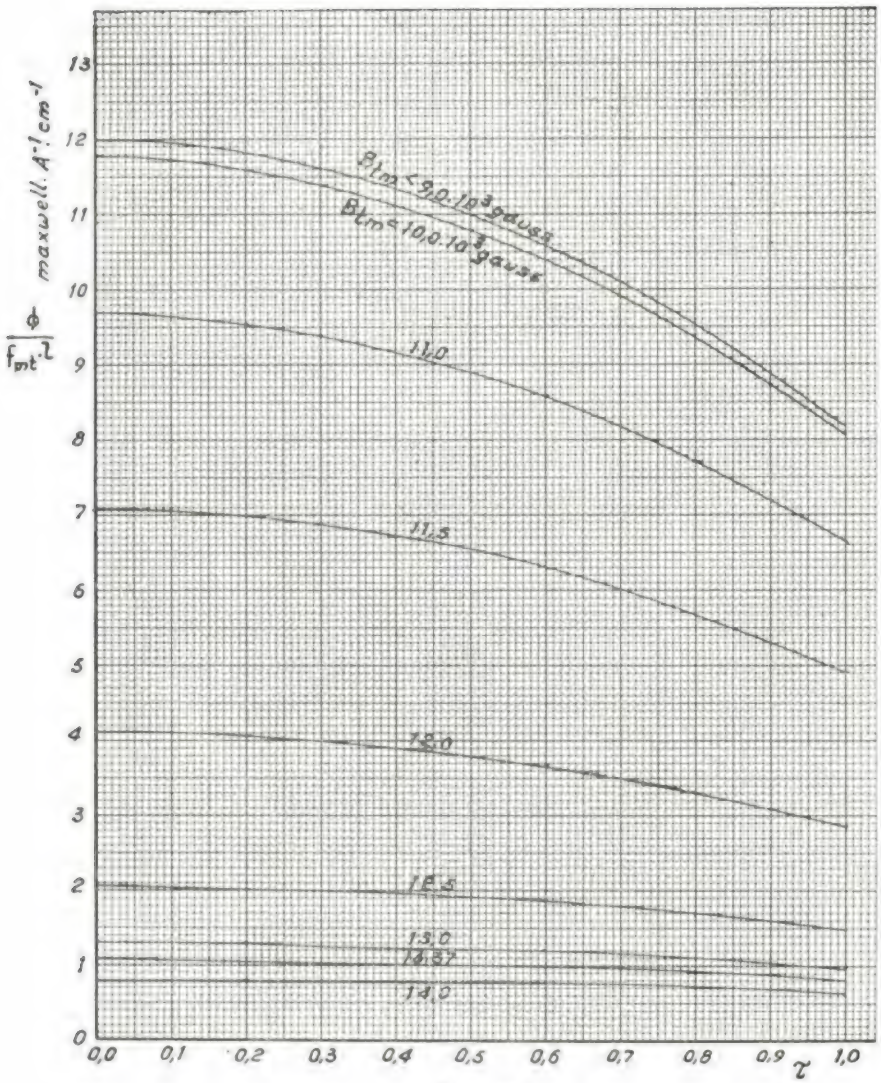


Fig. 126

Sendo nula a corrente i_0, tem-se

$$266) \qquad V = \frac{\sum_i \frac{1}{R_i} V_i}{\sum_i \frac{1}{R_i}} .$$

Se as resistências R_i forem muito superiores às resistências entre os nós da rede, os potenciais V_i não são sensìvelmente alterados pela ligação das resistências R_i. Nestas condições, pela leitura do valor de V, tem-se directamente o valor médio pretendido.

7 Obtenção dos valores globais a partir do conhecimento do comportamento local das máquinas

7.1 *Introdução*

Consideremos por exemplo um alternador trifásico. À parte alguns factores a que nos referiremos mais adiante, nada obstando aliás, salvo a maior complexidade analítica, a que sejam também

tidos em conta, o comportamento electromagnético desse alternador pode ser obtido a partir das seguintes relações:

$$267)\quad \begin{cases} \Phi_0 = f\,(\alpha\,,\, i_0\,,\, i_1\,,\, i_2\,,\, i_3) \\ \Phi_1 = f\,(\alpha\,,\, i_0\,,\, i_1\,,\, i_2\,,\, i_3) \\ \Phi_2 = f\,(\alpha\,,\, i_0\,,\, i_1\,,\, i_2\,,\, i_3) \\ \Phi_3 = f\,(\alpha\,,\, i_0\,,\, i_1\,,\, i_2\,,\, i_3)\,, \end{cases}$$

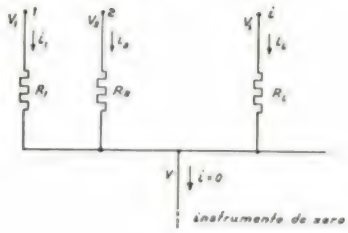


Fig. 127

sendo

Φ_0 o fluxo através do enrolamento indutor;
Φ_1, Φ_2, Φ_3 os fluxos através dos enrolamentos das fases 1, 2 e 3;
α um parâmetro definidor da posição angular do rotor;
i_0 a corrente no rolamento indutor;
i_1, i_2, i_3, as correntes nos enrolamentos 1, 2 e 3 do induzido.

Nas expressões atrás indicadas supôs-se, para simplicidade de exposição, que os quatro enrolamentos da máquina podiam ser tratados como circuitos bem definidos (supondo, por exemplo, uma distribuição uniforme de corrente na secção dos condutores), que não havia enrolamento amortecedor, que se podia desprezar, para efeitos de valores totais de fluxos, as correntes no núcleo magnético e a histerese do ferro. Trata-se de simplificações legítimas para uma exposição global; na devida altura deverão ser analisados os erros correspondentes, sendo ou não abandonadas essas hipóteses.

O comportamento dinâmico da máquina e as características dos circuitos a que esteja ligada, fornecem um conjunto de relações entre as variáveis consideradas, conjunto que, simultâneamente com as relações (267), permite definir o comportamento da máquina.

Não se trata, evidentemente, de um problema em geral simples. Trata-se, porém, de um problema diferente do que abordámos (embora com ele relacionado), que é o comportamento local das máquinas eléctricas.

Para exemplificar como poderão ser tidos em conta os resultados obtidos pelo método que expusemos, vejamos como podem ser determinadas as relações (267) referentes a uma parte da máquina considerada plana, e em que seja legítimo desprezar a saturação do ferro nos polos indutores e no núcleo do induzido.

7.2 *Fluxo através do enrolamento indutor*

O fluxo Φ_0 através do enrolamento indutor, na zona da máquina tratada como plana (de espessura l, em centímetro), pode, em geral, ser obtido pela soma de duas parcelas:

a) O fluxo Φ'_0 associado à zona debaixo dos polos. Por exemplo, na hipótese de um alternador de polos salientes, esse fluxo pode, em geral, ser determinado a partir da soma dos fluxos Φ'_j (1) nos dentes, definidos por exemplo entre os eixos das cavas vizinhas no fundo das cavas.

Será

$$268)\quad \Phi'_0 = n_0 \sum_j U\,\Phi'_j\,,$$

sendo

n_0 o número de espiras do enrolamento indutor;
$U = U\,(\alpha, j)$ uma função que tem o valor 1 para os valores de α e j tais que os dentes respectivos estejam debaixo do polo e o valor 0 para os valores de α e j tais

(1) Representamos por j um índice que permita identificar os dentes da máquina. Para simplicidade de notação definimos j pela distância angular do eixo dos dentes a um ponto fixo do estator, tomando como unidade o passo dos dentes e convencionando um sentido positivo.

que os dentes respectivos estejam entre os polos; esta função U é fàcilmente determinável.

O problema do cálculo de Φ'_o reduz-se, portanto, ao cálculo de Φ'_j.

b) O fluxo Φ''_o associado à zona entre os polos, que é aditivo, e que pode ser obtido por uma expressão da forma

$$269)\quad \frac{\Phi''_o}{l} = n_o \left[f_{mm}\, f' + \sum_c f_{mc}\, f''(D_c) \right],$$

sendo

f_{mm} o fluxo do vector densidade de corrente associado às bobinas indutoras;

f' uma grandeza que traduza o valor de $\frac{\Phi''_o}{f_{mm} \cdot l}$ na hipótese de só haver correntes no enrolamento indutor (por exemplo a grandeza analisada em 4.2.3);

f_{mc} o fluxo do vector densidade de corrente associado a uma cava genérica c;

$f''(D_c)$ uma função que traduza o valor de $\frac{\Phi''_o}{f_{mc} \cdot l}$ na hipótese de só haver corrente na cava definida por c, dependendo D_c (1) de c e de α.

Tem-se, portanto, que $\frac{\Phi''_o}{l}$ se pode reduzir à forma

$$270)\quad \frac{\Phi''_o}{l} = A_o\, i_o + A_1\, i_1 + A_2\, i_2 + A_3\, i_3,$$

sendo A_o, A_1, A_2 e A_3 funções de α.

O fluxo através do enrolamento indutor será

$$271)\quad \frac{\Phi_o}{l} = \frac{\Phi'_o}{l} + \frac{\Phi''_o}{l}.$$

7.3 *Fluxo através dos enrolamentos do induzido*

Seja G (2) a distância angular de eixo de um dente ou de uma cava a um ponto fixo do estator, tomando como unidade o passo dos dentes, e convencionando um sentido positivo.

Seja o fluxo Φ_k ($k = 1$, 2 ou 3) através de um enrolamento k, constituido por n_1 espiras nas cavas definidas por valores r_1 e s_1 de G, n_2 nas cavas definidas por r_2 e $s_2, \ldots, n_i$ nas cavas definidas por r_i e $s_i, \ldots$, sendo $r_i < s_i$.

Sejam:

Φ'_j o fluxo através do dente definido por j, entre os eixos das cavas vizinhas, no fundo das cavas;

$'\Phi'_{r_i + 0,5}$ o fluxo médio entre os condutores da cava r_i pertencentes ao enrolamento em causa e o eixo da cava (no fundo da cava) definida pelo valor $r_i + 1$ de G;

$'\Phi'_{s_i - 0,5}$ o fluxo médio entre o eixo da cava (no fundo da cava) definida pelo valor $s_i - 1$ de G e os condutores da cava s_i pertencentes ao enrolamento em causa.

Tem-se

$$272)\quad \Phi_k = \sum_i \pm n_i \left[{}'\Phi'_{r_i + 0,5} + {}'\Phi'_{s_i - 0,5} + \sum_{j=r_i+1,5}^{s_i - 1,5} \Phi'_j \right].$$

(1) Sendo D_c, por exemplo, a distância angular do eixo da cava a um eixo entre polos, tomando como unidade o passo dos dentes, e convencionando um sentido positivo.

(2) Os valores de G e D correspondentes a um mesmo ponto estão relacionados por intermédio de α, parâmetro definidor da posição relativa do rotor e do estator.

Portanto, o problema da determinação de Φ_k está reduzido ao da determinação de Φ_j, $'\Phi'_{r_i+0,5}$ e $'\Phi'_{s_i-0,5}$, em função de α, i_0, i_1, i_2, i_3.

7.4 *Determinação dos fluxos* Φ'_j

Comecemos por considerar o caso de não haver saturação do ferro, sendo Φ''_j o valor de Φ'_j nesta hipótese. Tem-se

$$273)\qquad \frac{\Phi''_j}{l} = f_{mm}\, f'''(D_j) + \sum_c f_{mc}\, f'^{v}(D_j, D_j - D_c),$$

sendo

Φ''_j — o fluxo, em maxwell, através do dente definido pelo valor j de G, entre o eixo das cavas vizinhas, no fundo da cava, e no domínio definido por l (em centímetro), na hipótese de não haver saturação, e associado às correntes no indutor;

$f'''(D_j)$ ou $f'''(j, \alpha)$ — uma função que traduza o valor de $\frac{\Phi''_j}{f_{mm} \cdot l}$ na hipótese de só haver correntes nos enrolamentos indutores (por exemplo a função definida em 4.2.3);

$f'^{v}(D_j, D_j\text{-}D_c)$ ou $f'^{v}(j, \alpha, j\text{-}c)$ — uma função que traduza o valor de $\frac{\Phi''_j}{f_{mc} \cdot l}$ na hipótese de só haver correntes na cava definida pelo valor c de G (por exemplo a função definida em 4.4.5).

Tem-se, portanto, que $\frac{\Phi''_j}{l}$ se pode pôr sob a forma

$$274)\qquad \frac{\Phi''_j}{l} = f^{v}(j, \alpha) \cdot i_0 + f^{v'}(j, \alpha) \cdot i_1 + f^{v''}(j, \alpha) \cdot i_2 + f^{v'''}(j, \alpha) \cdot i_3.$$

Sendo Φ'_j definido nas mesmas condições de Φ''_j, com a diferença, porém de se considerar a saturação, tem-se

$$275)\qquad \frac{\Phi'_j}{l} = \frac{\Phi''_j}{l}\, S_j\left(\frac{\Phi''_j}{l}, \alpha\right),$$

sendo $S_j\left(\frac{\Phi''_i}{l}, \alpha\right)$ a relação entre o fluxo nas hipóteses de saturação e não saturação. Esta relação, na zona debaixo dos polos, pode ser obtida com a maior facilidade a partir, por exemplo, da função

$$276)\qquad \Gamma = \Gamma(B_{tm})$$

definida no Cap. II, em 3.4. Na zona entre polos não afectada pela saturação, tem-se

$$277)\qquad S_j = 1.$$

7.5 *Determinação dos fluxos* $'\Phi'_{r_i+0,5}$ e $'\Phi'_{s_i-0,5}$

Seja, com notação análoga à definida atrás (1),

$$278)\qquad '\Phi''\begin{Bmatrix} r_i + 0,5 \\ s_i - 0,5 \end{Bmatrix} = f_{mm}\, f'''\left(D\begin{Bmatrix} r_i + 0,5 \\ s_i - 0,5 \end{Bmatrix}\right) + \sum_{\begin{Bmatrix} c \neq r_i \\ c \neq s_i \end{Bmatrix}} f_{mc}\, f'^{v}(D_j, D_j - D_c),$$

(1) Consoante os casos se deverá considerar, respectivamente, o primeiro ou o segundo dos valores incluídos no { }.

sendo ${}'\Phi''\begin{bmatrix} r_i + 0{,}5 \\ s_i - 0{,}5 \end{bmatrix}$ o fluxo, em maxwell, através do dente definido pelo valor $\begin{bmatrix} r_i + 0{,}5 \\ s_i - 0{,}5 \end{bmatrix}$ de G, entre os eixos das cavas vizinhas no fundo das cavas, no domínio definido por l, fluxo esse associado a todas as correntes na máquina que não as na cava definida pelo valor $\begin{Bmatrix} s_i \\ r_i \end{Bmatrix}$ de G (1), na hipótese de não se considerar a saturação.

Seja ${}'\Phi'''\begin{bmatrix} r_i + 0{,}5 \\ s_i - 0{,}5 \end{bmatrix}$ o fluxo definido em condições análogas a ${}'\Phi''$, com a diferença de considerar a saturação.

Tem-se

$$279)\qquad {}'\Phi'''\begin{bmatrix} r_i + 0{,}5 \\ s_i - 0{,}5 \end{bmatrix} = {}'\Phi''\begin{bmatrix} r_i + 0{,}5 \\ s_i - 0{,}5 \end{bmatrix} \quad S\begin{bmatrix} r_i + 0{,}5 \\ s_i - 0{,}5 \end{bmatrix} \left(\frac{{}'\Phi''\begin{bmatrix} r_i + 0{,}5 \\ s_i - 0{,}5 \end{bmatrix}}{l}, \alpha \right).$$

Para obter ${}'\Phi'\begin{bmatrix} r_i + 0{,}5 \\ s_i - 0{,}5 \end{bmatrix}$ há que sobrepor a ${}'\Phi'''\begin{bmatrix} r_i + 0{,}5 \\ s_i - 0{,}5 \end{bmatrix}$ o campo associado a correntes na cava $\begin{Bmatrix} r_i \\ s_i \end{Bmatrix}$, por exemplo pelo método exposto em 4.4.6 e em 5.3.

7.6 *Cálculo do comportamento global das máqninas*

Uma vez conhecidos Φ_j', ${}'\Phi'_{r_i} + 0{,}5$ e ${}'\Phi'_{s_i} - 0{,}5$ em função de α, i_0, i_1, i_2 e i_3, tem-se, substituindo em (268), (271) e (272), um conjunto de expressões da forma (267). Deve notar-se que, sendo o alternador de construção simétrica, as relações (267) (1) satisfazem a diversas condições de simetria relativas às variáveis α, i_1, i_2 e i_3, sobremaneira evidentes para nos dispensarmos da sua justificação e análise.

Como se disse atrás, as relações (267), conjuntamente com as que traduzem o comportamento dinâmico da máquina e as relações entre as diversas grandezas e o tempo impostas pelos circuitos a que esteja ligada, permitem definir o comportamento global da máquina.

Assim, por exemplo em regime permanente, igualando α ao desvio angular em radiano entre um ponto do rotor e um ponto do estator, e sendo

p	o número de pares de polos do alternador,
f	a frequência (eléctrica) do rotor,
$\omega = 2\pi f$	
v_0	a tensão entre os terminais do circuito indutor,
r_0	a resistência do circuito indutor,
v_1, v_2 e v_3	as tensões entre os terminais dos enrolamentos do induzido,
r_0, r_1 e r_2	as resistências dos enrolamentos do induzido,

ter-se-á:

$$280)\qquad \alpha = \frac{1}{p}\,\omega\, t + \alpha_0$$

$$281)\qquad \Phi_0 = \text{const.}$$

$$282)\qquad i_0 = \frac{v_0}{r_0}$$

(1) Supõe-se que os condutores da fase em relação à qual se calcula o fluxo têm uma distribuição simétrica em relação ao eixo da cava. O método exposto é fàcilmente generalizável à hipótese de tal se não verificar.

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

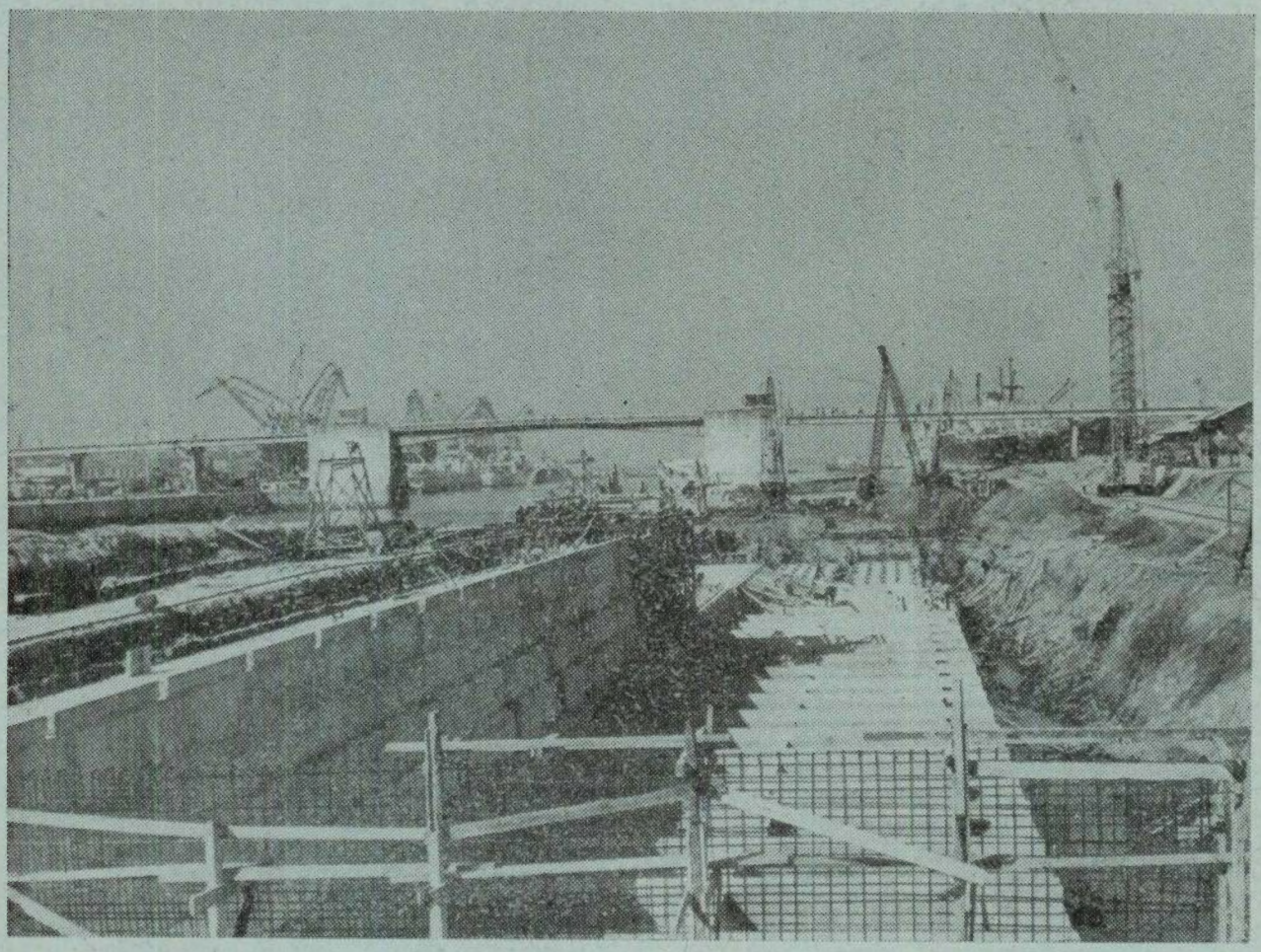
PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13-3.º - LISBOA-2

TEL. 36 65 06

SONDAGENS • FUNDAÇÕES • TRABALHOS MARÍTIMOS

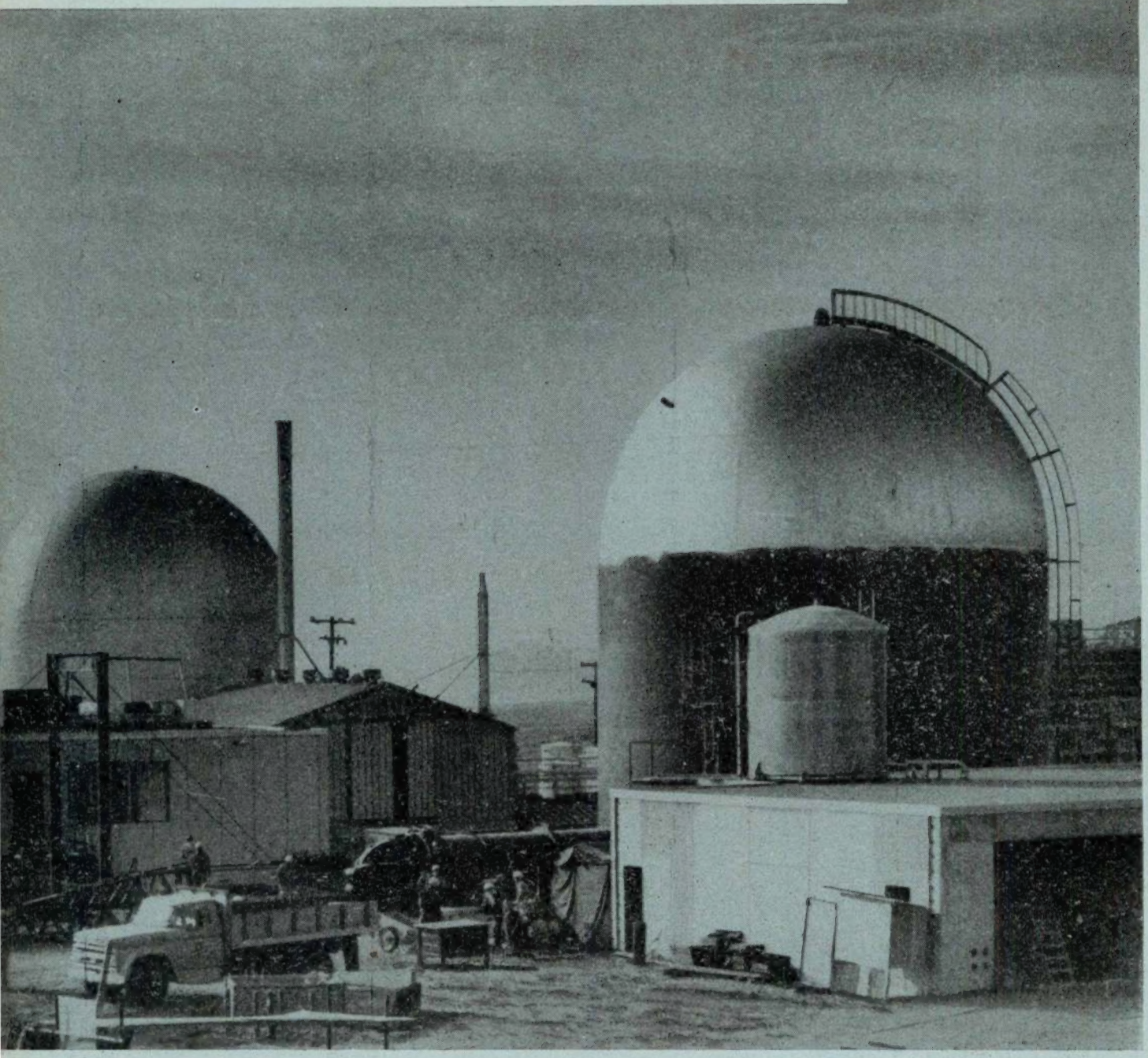
PONTES E ESTRUTURAS

PORTO DE LEIXÕES — CAIS NORTE DA DOCA N.º 2



300 metros de cais em fundos de (—10,50) sobre 288 pilares «BENOTO»

Aspecto dos trabalhos



O primeiro reactor do mundo de vapor sobreaquecido, poderia reduzir o custo da energia nuclear

(Em cima) O reactor experimental de vapor sobreaquecido ESADA em Vallecitos (em primeiro plano), Pleasanton, Califórnia, E. U. A. que foi construído pela General Electric e pela Empire State Atomic Development Associates, Inc, precursor de grandes instalações de vapor sobreaquecido em centrais nucleares, que estarão prontas por volta de 1968.

(À direita) A central nuclear de Garigliano (150.000 kW), situada a 35 milhas ao Norte de Nápoles, na Itália, pertencente à Società Elettronucleare Nazionale (SENN), depois de instalada a linha de transporte de energia eléctrica; esta central está já abastecida de combustível nuclear. O reactor de água fervente de ciclo duplo começou a funcionar em Maio.

Estes reactores General Electric — um deles uma instalação experimental para experiências de combustíveis onde cientistas americanos investigarão o uso do vapor sobreaquecido em centrais nucleares como processo de reduzir o custo da energia; o outro a maior instalação produtora de energia, no seu género, na Europa — são apenas dois dos cinco reactores GE que entrarão em funcionamento este ano.

Os outros três são: o Reactor Experimental Japonês de 12,5 MW, em Tokai-Mura (carga de combustível prevista para Julho); o de 50/60 MW, da Central Nuclear de Humboldt Bay, na Califórnia (atingiu o ponto crítico em Fevereiro) e o de 50/75 MW, da Central Nuclear de Big Rock (atingiu a potência máxima em Março).

A princípio, o reactor experimental de vapor sobreaquecido ESADA funcionará com a potência 12.500 kW. Será utilizado pelos investigadores para experiências com combustíveis e